

---

**QUADERNI DI APPLICAZIONI DELLA GEOMETRIA DESCRITTIVA**

*Collana del Dipartimento di Rappresentazione e Rilievo*

*dell'Università degli Studi di Roma "La Sapienza"*

*diretta da Riccardo Migliari*

Hanno collaborato:

- per la seconda parte **Graziano Mario Valenti**, che ha redatto, in particolare, tutti i paragrafi contraddistinti dalla sigla (GMV) e gli articoli dipendenti, nonché i modelli e le figure che illustrano il testo;

- per la storia della prospettiva e le esercitazioni grafiche, **Marco Fasolo (MF)**;

- per le volte **Erminia Sciacchitano (ES)** che ha anche costruito al CAD i modelli tridimensionali e le figure che illustrano la prima parte del volume.

In copertina: due immagini emblematiche del nuovo modo di intendere la scienza della rappresentazione: al modello grafico si accompagna sempre il modello tridimensionale elaborato al CAD; all'acquerello e alla matita si unisce la tecnologia informatica.

---

*Riccardo Migliari*

**Fondamenti della Rappresentazione  
Geometrica e Informatica  
dell'Architettura**

*Presentazione di*

**Mario Docci**

*Con la collaborazione di*

*Marco Fasolo, Erminia Sciacchitano, Graziano Mario Valenti*



*Edizioni Kappa*

# Indice

## 1 **Presentazione** di Mario Docci

## 5 **Premessa**

6 *Sulla didattica della scienza della rappresentazione*

### **Parte I - Teoria** (a cura di Riccardo Migliari)

#### 13 **I FONDAMENTI GEOMETRICI DELLA SCIENZA DELLA RAPPRESENTAZIONE**

13 *Gli enti geometrici e le relazioni di appartenenza e intersezione*

#### 19 **INTRODUZIONE ALLA SCIENZA DELLA RAPPRESENTAZIONE**

19 *La costruzione dei modelli grafici dello spazio nelle sue tre fasi: della sintesi geometrica, della riduzione in scala, della proiezione*

20 *L'operazione di proiezione e sezione nello spazio*

#### 26 **LA DOPPIA PROIEZIONE ORTOGONALE**

26 *Pagine di storia della rappresentazione: dall'icnografia e ortografia vitruviane, alla concezione moderna di pianta e alzato*

31 *Rappresentazione di punti rette e piani in posizioni particolari*

35 *Costruzione del punto intersezione di una retta e di un piano. Costruzione della retta intersezione di due piani generici*

40 *Angolo di pendenza di una retta, retta di massima pendenza, angolo di pendio di un piano*

44 *Costruzione della vera forma di una figura piana per mezzo del ribaltamento di un piano in posizione generica. Il problema inverso: costruzione delle proiezioni ortogonali di una figura piana, nota nella forma, che appartiene ad un piano dato*

49 *Costruzione di una retta perpendicolare ad un piano*

52 *La rappresentazione di una linea grafica*

52 *La rappresentazione del cerchio, come linea grafica*

53 *La rappresentazione del cerchio come sezione conica*

#### 60 **L'ASSONOMETRIA**

61 *Assonometria ortogonale. Il teorema di Shlömilch e l'impostazione diretta dell'assonometria ortogonale*

67 *Assonometria obliqua. Il teorema di Pohlke e la generalizzazione del modello assonometrico*

71 *Assonometria militare*

- 74 *Assonometria cavaliera*  
 76 *Assonometria speciale*  
 77 LE SUPERFICI  
 79 *Il teorema del contorno apparente e le sue applicazioni*  
 81 *La sfera e la sua sezione piana*  
 86 *Il cilindro rotondo e la sua sezione piana*  
 96 *Il cono e le sue sezioni piane*  
 106 *Una superficie di rotazione particolare: il toro e le sue sezioni circolari (teorema di Villarceau)*  
 108 LA PROSPETTIVA  
 108 *Costruzione del modello prospettico frontale di uno spazio interno. La macchina prospettica e le sue parti*  
 110 *Rappresentazione di una retta orizzontale obliqua e sua ricostruzione nello spazio*  
 113 *La misura delle rette perpendicolari al quadro sul geometrico e su piani orizzontali generici*  
 115 *Impostazione diretta del modello prospettico d'angolo. Misura di rette orizzontali oblique*  
 119 *Generalizzazione dell'operazione di misura: cerchi di misura e cerchi di misura ridotti*  
 123 *Angolo di pendenza di una retta e angolo di pendio di un piano. Misura dell'angolo di pendenza di una retta. Costruzione di un piano di dato angolo di pendio*  
 128 *Costruzione della normale ad un piano in posizione generica*  
 133 LA TEORIA DELLE OMBRE E DEL CHIAROSCURO  
 133 *Il modello geometrico della luce*  
 135 *La costruzione della prospettiva dell'ombra portata: ombra di una retta e ombra di un punto*  
 140 *La legge di Lambert e la costruzione della scala delle tinte. Cenni alla prospettiva aerea, ai riflessi e ai punti brillanti*
- Parte II - Laboratorio delle applicazioni CAD** (a cura di Riccardo Migliari e Graziano Mario Valenti)
- 147 HARDWARE E SOFTWARE  
 147 *Struttura dell'hardware: unità centrale e periferiche*  
 149 *Sistema operativo e programmi applicativi*  
 150 *Struttura gerarchica degli archivi: file e directory*  
 155 INTRODUZIONE AL CAD  
 156 *Apertura di una sessione di lavoro in ambiente Microstation*  
 157 *Preparazione dell'ambiente di lavoro*  
 163 *Apertura di una sessione di lavoro in ambiente AutoCAD*  
 163 *Preparazione dell'ambiente di lavoro*  
 169 LA COSTRUZIONE DEGLI ENTI GEOMETRICI FONDAMENTALI NEL CAD  
 169 *I punti*  
 171 *Le rette*  
 173 *I piani*  
 176 *Direzioni e giaciture*  
 178 IL CONTROLLO DELL'APPARTENENZA E DELL'INTERSEZIONE NEL PIANO  
 178 *La cattura di un punto e la costruzione della retta che appartiene a due punti*

- 180 *La cattura del punto intersezione di due rette*
- 181 L'ORGANIZZAZIONE E LA MANIPOLAZIONE DEGLI ENTI
- 181 *Selezione di uno o più enti*
- 182 *Cancellazione e ripristino*
- 182 *Estensione o riduzione di un segmento*
- 184 *Modifica di una figura piana*
- 184 *Sezione di una retta o di un piano*
- 186 *Spostamento e copia*
- 187 *Ordinamento sui layers*
- 189 APERTURA DI UNA SESSIONE DI LAVORO IN TRE DIMENSIONI
- 189 *Controllo della visualizzazione*
- 192 *Controllo del piano di costruzione*
- 195 ALCUNE BREVI CONSIDERAZIONI SUL CONTROLLO DELLO SPAZIO NEL CAD
- 195 *Il luogo del progetto: lo spazio, la mente, il disegno*
- 195 *Il luogo del progetto nel disegno tradizionale e l'equivoco che ne deriva*
- 195 *Il luogo del progetto nel CAD e i suoi limiti: il ruolo dell'interfaccia di input dei dati tridimensionali*
- 196 *Dispositivi di input tridimensionale disponibili e presagibili*
- 197 IL CONTROLLO DELL'APPARTENENZA E DELL'INTERSEZIONE NELLO SPAZIO
- 197 *La costruzione di un piano nello spazio*
- 198 *La costruzione del punto intersezione di una retta e di un piano*
- 199 *La costruzione della retta intersezione di due piani*
- 199 *La costruzione del punto intersezione di tre piani*
- 200 *Costruzione di una figura piana*
- 200 *Intersezione di due figure piane*
- 201 *Costruzione del punto intersezione di un segmento con una figura piana*
- 201 *Misura di grandezze lineari e di angoli*
- 201 *Ricerca della vera forma di una figura piana*
- 202 IL CONTROLLO DEL PARALLELISMO E DELLA PERPENDICOLARITÀ
- 202 *Costruzione di due rette parallele*
- 202 *Costruzione di due rette perpendicolari nel piano*
- 204 *Costruzione di una retta perpendicolare ad un piano in posizione generica*
- 204 *Costruzione di piani paralleli*
- 205 *Costruzione di rette parallele ai tre assi coordinati*
- 206 *La costruzione delle linee piane in ambiente CAD*
- 206 *Gli archi di cerchio*
- 208 LE CONICHE
- 208 *Il cerchio*
- 209 *L'ellisse*
- 210 *La parabola e l'iperbole*
- 211 *Le spirali*
- 212 *Le curve generate analiticamente*
- 214 LE LINEE GRAFICHE
- 217 LE LINEE SGHEMME

- 219 LA COSTRUZIONE DELLE SUPERFICI CHE RICORRONO IN ARCHITETTURA
- 221 LA COSTRUZIONE DELLE SUPERFICI PRIMITIVE E DELLE LORO SEZIONI PIANE
- 222 *La sfera*
- 222 *Le sezioni piane della sfera*
- 223 *Il cilindro*
- 224 *Le sezioni piane del cilindro*
- 224 *Il cono*
- 225 *Le sezioni piane del cono*
- 225 *Il toro e le sue sezioni circolari (teorema di Villarceau)*
- 228 LA COSTRUZIONE DELLE SUPERFICI DI ROTAZIONE E DELLE LORO SEZIONI PIANE
- 228 *Le superfici di rotazione e la loro sezione piana*
- 230 LA COSTRUZIONE DELLE CORNICI E DELLE LORO SEZIONI PIANE
- 230 *Le cornici o superfici a direttrice lineare*
- 230 *Costruzione di una cornice e di una sua sezione piana, costruzione dell'ugnatura*
- 232 LA COSTRUZIONE DI SUPERFICI A SEZIONE VARIABILE
- 233 LA COSTRUZIONE DELLE SUPERFICI RIGATE E DELLE LORO SEZIONI PIANE
- 234 *Costruzione del paraboloide iperbolico e sue proprietà*
- 235 *Costruzione della vite*
- 236 *Costruzione del cilindroide a piano direttore*
- 236 *Costruzione del conoide a piano direttore*
- 237 *Costruzione del cilindro come superficie rigata*
- 237 *Costruzione del cono come superficie rigata*
- 237 *Costruzione dell'iperboloide di rotazione*
- 239 INTERSEZIONE DI DUE SUPERFICI
- 240 LE VOLTE SEMPLICI
- 240 *La costruzione delle volte cilindriche a tutto sesto*
- 241 *La costruzione delle volte di rivoluzione o cupole*
- 241 *La costruzione delle volte a vela*
- 244 LE VOLTE COMPOSTE
- 244 *La costruzione della volta a botte lunettata, a tutto sesto, retta con lunetta sferoidica*
- 244 *La costruzione della volta a botte lunettata, a tutto sesto, retta, con lunetta cilindrica*
- 245 *La costruzione delle volte a crociera*
- 247 *La costruzione delle volte a padiglione*
- 249 COSTRUZIONE DI UNA "MACCHINA PROSPETTICA"
- 251 LA PROIEZIONE IN AMBIENTE CAD: CONTROLLO DEL CENTRO DI PROIEZIONE E DEGLI ALTRI PARAMETRI DI VISUALIZZAZIONE
- 257 LA RESA DEL CHIAROSCURO E DELLE OMBRE IN AMBIENTE CAD. ALGORITMI DI RENDERING
- 257 *Gli effetti della luce sui corpi nella tradizione del disegno di architettura*
- 257 *Il chiaroscuro e la legge di Lambert*
- 258 *I punti brillanti*
- 258 *Il modello geometrico della luce del Sole e la penombra*

- 259 *I riflessi*  
 259 *La prospettiva aerea*  
 260 *Algoritmi di rendering*  
 263 *La disposizione delle luci*  
 265 *La resa dei materiali*
- Parte III - Laboratorio delle applicazioni grafiche** (a cura di Marco Fasolo e Erminia Sciacchitano)
- 269 COSTRUZIONI ELEMENTARI DELLA GEOMETRIA PIANA  
 275 COSTRUZIONI ELEMENTARI DELLA GEOMETRIA SOLIDA  
 295 LA DOPPIA PROIEZIONE ORTOGONALE  
 295 *Intersezione retta piano*  
 298 *Vera forma delle falde oblique di un edificio*  
 299 *Parallelepipedo retto poggiato su un piano generico*  
 300 L'ASSONOMETRIA  
 300 *Assonometria cavaliere di fronte di un cubo*  
 301 *Assonometria ortogonale dimetrica*  
 302 LA PROSPETTIVA  
 302 *Quadrato appartenente al piano geometrico*  
 303 *Cerchio appartenente al piano geometrico*  
 304 *Rappresentazione di una copertura a botte*  
 305 *Prospettiva d'angolo di un edificio*  
 306 *Costruzione del piano di una falda di tetto a calcolo dell'angolo di pendio del piano*  
 307 *Angolo di due scarpate*  
 308 *Quadrato con un lato sul geometrico, inclinato a  $\varphi^\circ$  rispetto a questo*  
 309 *Rappresentazione di un cubo poggiato su piano inclinato*  
 310 *Procedimenti prospettici quattrocenteschi*  
 315 LE OMBRE IN DOPPIA PROIEZIONE ORTOGONALE  
 315 *La rappresentazione della luce*  
 316 *La direzione della luce "a posteriori"*  
 317 *La terza proiezione del raggio di luce*  
 318 *Il procedimento della "luce invertita"*  
 319 *La luce cosiddetta "a 45 gradi"*  
 320 *Il teorema "dell'aggetto"*  
 322 *Esempi di ombre a "45°"*  
 323 *Applicazione del procedimento della "luce invertita"*  
 324 OMBRE IN ASSONOMETRIA  
 324 *Ombra di parallelepipedi*  
 325 LE OMBRE IN PROSPETTIVA  
 325 *Ombra di un cubo su un piano verticale*  
 326 ANALISI E RAPPRESENTAZIONE DELLE VOLTE  
 326 *Aspetti teorici del problema*  
 326 *Aspetti costruttivi - Nomenclatura*  
 330 *Classificazione delle volte*

- 331 *Aspetti geometrici: le più comuni superfici d'intradosso*
- 331 *Teoria della rappresentazione delle volte: problemi di visibilità*
- 332 *Le volte semplici. Il disegno delle volte cilindriche a tutto sesto*
- 332 *Assonometria militare della volta a botte a tutto sesto, retta*
- 335 *Proiezioni ortogonali della volta a botte a tutto sesto, retta*
- 338 *Volte di rivoluzione o cupole*
- 339 *Il disegno delle cupole e l'applicazione del teorema di Dandelin-Quatelet*
- 343 *Le volte a vela*
- 346 *Le volte composte*
- 346 *Le volte lunulate o lunettate*
- 347 *Assonometria militare della volta a botte lunettata, a tutto sesto, retta con lunetta sferoidica*
- 350 *Rappresentazione tecnica della volta a botte lunettata, a tutto sesto, retta con lunetta sferoidica*
- 351 *Assonometria militare della volta a botte lunettata, a tutto sesto, retta con lunetta cilindrica*
- 352 *Assonometria militare della volta a crociera romana*
- 357 *Costruzione della volta a crociera su impianto rettangolare*
- 358 *Costruzione della volta a crociera su impianto poligonale*
- 359 *Volta a crociera semplicemente rialzata*
- 359 *La volta a padiglione*
- 360 *La volta a padiglione rialzata*
- 361 *Le volte a padiglione su impianto poligonale*
- 361 *Le volte a botte con testa di padiglione*
- 366 *Le volte a schifo*
- 366 *Le volte miste, le cupole composte*

## Presentazione

*Mario Docci*

*L'insegnamento della Geometria Descrittiva o meglio della Scienza della Rappresentazione, ha subito un processo che si potrebbe definire involutivo: la maggior parte dei testi usati attualmente per questa disciplina sembra redatta con un unico cliché. Per comprendere le ragioni di questo fenomeno e soprattutto per valutare l'immobilismo della didattica, occorre ripercorre gli ultimi cinquant'anni di storia di questo insegnamento nelle nostre Università. Dopo l'abbandono della Geometria Descrittiva, intorno agli anni '60, da parte dei matematici che non trovavano possibilità di sviluppo ulteriore nell'attività di ricerca, il campo resta in mano agli architetti. Questi ultimi sono interessati alle applicazioni della Geometria Descrittiva, in particolare alla rappresentazione dello spazio architettonico. I matematici avevano spostato la loro attenzione verso la Geometria Analitica, mentre gli architetti sviluppano la loro ricerca verso l'impiego della Geometria Descrittiva nei metodi di rappresentazione.*

*Negli anni '70 la riforma degli ordinamenti didattici delle Facoltà di Architettura, contrae l'insegnamento della Geometria Descrittiva ad una sola disciplina: i docenti sono così costretti a sviluppare, in un unico corso, sia i fondamenti teorici della rappresentazione, sia le applicazioni dei metodi di rappresentazione alla complessa realtà dell'architettura.*

*Molti docenti di Applicazioni di Geometria Descrittiva non riescono a trovare una sintesi tra i fondamenti teorici e la necessità di sviluppare i metodi di rappresentazione per fornire gli strumenti indispensabili all'esercizio del progetto. Molti di loro riducono i corsi ad un modesto livello applicativo, tanto che alcuni corsi non si distinguono molto da quelli di una buona scuola di arti e mestieri.*

*Solo in alcune Università come Roma, Firenze e Napoli, grazie alla presenza di alcuni architetti, docenti di eccellente livello scientifico, si attua un riscatto qualitativo della disciplina, riuscendo a coniugare i fondamenti teorici con le applicazioni della Geometria Descrittiva. È in queste scuole che l'antica tradizione dell'insegnamento della Geometria Descrittiva riesce a mantenere il necessario rigore e, al tempo stesso, a divenire sempre più incisiva nella rappresentazione dell'architettura. Il contributo scientifico di queste scuole permette di sperimentare compiutamente tutte le proprietà dei metodi di rappresentazione e di correlarle ai due compiti fondamentali, la necessità di abituare i propri allievi da un lato al controllo ed alla comprensione delle forme nello spazio, dall'altro ad impadronirsi della tecnica per esprimere correttamente le proprie idee.*