

T. Papa

LEZIONI DI
FISICA
MECCANICA

Tullio Papa

LEZIONI DI
FISICA

MECCANICA

EDIZIONI KAPPA

Indice

||| Capitolo 1 - Grandezze fisiche

1.1 - Introduzione	Pag.	1
1.2 - Grandezze fisiche ed equazioni dimensionali	”	3
1.3 - Unità di misura delle grandezze fondamentali. Sistema Internazionale di Unità di Misura (SI)	”	6
1.3.1 - <i>Lunghezza</i>	”	6
1.3.2 - <i>Massa</i>	”	7
1.3.3 - <i>Intervallo di tempo</i>	”	7
1.3.4 - <i>Intensità di corrente</i>	”	8
1.3.5 - <i>Altre grandezze del Sistema Internazionale di Unità di Misura</i>	”	8
1.4 - Fattori di conversione	”	9
1.5 - Ordini di grandezza	”	10
1.6 - Misure	”	11
1.6.1 - <i>Sensibilità di lettura</i>	”	12
1.6.2 - <i>Giustificazione della media</i>	”	12
1.7 - Distribuzione degli errori	”	13
1.8 - Stima dell'errore massimo nelle misure indirette	”	15
1.8.1 - <i>Errore relativo</i>	”	16
1.8.2 - <i>Cifre significative</i>	”	17

||| Capitolo 2 - Elementi di algebra vettoriale

2.1 - Grandezze vettoriali	”	19
2.2 - Direzione di un vettore	”	20
2.3 - Operazioni elementari	”	20
2.3.1 - <i>Somma di vettori</i>	”	20
2.3.2 - <i>Differenza di vettori</i>	”	22
2.4 - Proiezione ortogonale di un vettore; componenti	”	23
2.4.1 - <i>Componenti cartesiane di un vettore</i>	”	24
2.5 - Prodotto tra vettori	”	25
2.5.1 - <i>Prodotto scalare</i>	”	25
2.5.2 - <i>Prodotto vettoriale</i>	”	26
2.5.3 - <i>Rappresentazione vettoriale di una superficie</i>	”	27
2.6 - Operazioni tra vettori in coordinate cartesiane	”	28
2.7 - Prodotto misto	”	33

2.8 - Doppio prodotto vettoriale	Pag.	33
2.9 - Derivata di un vettore	"	34
2.10 - Reticolo cristallino e reticolo reciproco	"	35
III Capitolo 3 - Cinematica Studio generale del moto		
3.1 - Introduzione	"	37
3.2 - Spostamento	"	40
3.2.1 - <i>Spostamento rigido traslatorio</i>	"	41
3.2.2 - <i>Spostamento rigido rotatorio</i>	"	41
3.2.3 - <i>Spostamento rigido parallelo ad un piano</i>	"	43
3.2.4 - <i>Spostamento rigido polare</i>	"	43
3.2.5 - <i>Spostamento rototraslatorio</i>	"	43
3.3 - Moto del punto	"	44
3.4 - Velocità del punto	"	45
3.5 - Moto dei sistemi di punti	"	47
3.5.1 - <i>Atto di moto rigido traslatorio</i>	"	48
3.5.2 - <i>Atto di moto rigido rotatorio</i>	"	48
3.5.3 - <i>Atto di moto rigido polare</i>	"	49
3.5.4 - <i>Atto di moto rigido rototraslatorio</i>	"	50
3.5.5 - <i>Atto di moto rigido piano</i>	"	53
3.6 - Accelerazione del punto	"	57
3.6.1 - <i>Alcuni elementi di geometria differenziale</i>	"	57
3.6.2 - <i>Accelerazione sotto forma intrinseca</i>	"	60
3.7 - Accelerazione dei sistemi di punti	"	61
3.8 - Cenno sul problema inverso della cinematica	"	63
III Capitolo 4 - Cinematica Moti particolari		
4.1 - Moto rettilineo	"	65
4.1.1 - <i>Moto armonico</i>	"	70
4.2 - Sovrapposizione di due moti armonici sullo stesso asse	"	72
4.2.1 - <i>Moti armonici di frequenze uguali</i>	"	73
4.2.2 - <i>Moti armonici di frequenze diverse</i>	"	74
4.2.3 - <i>Metodo trigonometrico</i>	"	75
4.3 - Moti piani	"	77
4.3.1 - <i>Moto piano in coordinate polari</i>	"	77
4.3.2 - <i>Velocità areolare</i>	"	80
4.3.3 - <i>Moto centrale</i>	"	80
4.4 - Composizione di due moti armonici su assi ortogonali	"	82
4.4.1 - <i>Moto circolare</i>	"	82
4.4.2 - <i>Composizione di due moti armonici su assi ortogonali differenti per ampiezza, pulsazione e fase</i>	"	83
4.5 - Moti piani e problema inverso della cinematica	"	87
III Capitolo 5 - Cinematica relativa		
5.1 - Introduzione	"	93

5.2 - Velocità nei moti relativi	Pag.	95
5.2.1 - <i>Velocità relativa di due particelle</i>	"	96
5.3 - Accelerazione nei moti relativi	"	100
5.3.1 - <i>Accelerazione relativa di due particelle</i>	"	102
III Capitolo 6 - Dinamica del punto materiale		
6.1 - Introduzione	"	107
6.2 - Legge di inerzia o prima legge della dinamica	"	108
6.3 - Forza, seconda legge della dinamica, massa	"	109
6.4 - Terza legge della dinamica	"	114
6.5 - Considerazioni sulle tre leggi della dinamica	"	116
6.6 - Campo di forza	"	117
6.7 - Proprietà elementari dei campi di forza	"	121
6.7.1 - <i>Flusso del vettore campo</i>	"	121
6.7.2 - <i>Divergenza</i>	"	122
6.7.3 - <i>Circuitazione, rotore</i>	"	123
6.7.4 - <i>Gradiente</i>	"	126
6.7.5 - <i>Laplaciano</i>	"	127
III Capitolo 7 - Forze		
7.1 - Forze in Natura	"	129
7.2 - Forza gravitazionale	"	130
7.2.1 - <i>Esperienza di Cavendish</i>	"	137
7.3 - Forze elettromagnetiche	"	138
7.3.1 - <i>Moto di un elettrone in un campo elettrico uniforme</i>	"	139
7.3.2 - <i>Moto di una carica q in un campo di induzione magnetica uniforme</i>	"	140
7.4 - Forze elastiche (forze esercitate da molle)	"	141
7.5 - Forze vincolari	"	147
7.6 - Forze di attrito	"	149
7.6.1 - <i>Attrito statico e cinetico</i>	"	149
7.6.2 - <i>Attrito nel mezzo</i>	"	152
7.7 - Equilibrio del punto materiale	"	155
7.8 - Tensioni nei fili	"	156
7.9 - Analisi delle forze agenti su un corpo	"	163
III Capitolo 8 - Lavoro ed Energia		
8.1 - Lavoro	"	165
8.2 - Potenza	"	166
8.3 - Teorema dell'energia cinetica	"	167
8.4 - Lavoro di una forza posizionale	"	170
8.4.1 - <i>Campo di forza uniforme</i>	"	175
8.4.2 - <i>Campo di forze centrali</i>	"	176
8.5 - Conservazione dell'energia	"	179
8.5.1 - <i>Energia totale dell'oscillatore armonico</i>	"	181
8.5.2 - <i>Energia di un oscillatore quasi armonico</i>	"	183

8.6 - Lavoro delle forze non conservative	Pag. 185
8.7 - Studio dell'energia potenziale in una dimensione	" 187
8.7.1 - <i>Energia di mutua interazione tra due particelle</i>	" 189
8.8 - Integrali del moto	" 192
 Capitolo 9 - Teoremi dinamici	
9.1 - Impulso	" 195
9.2 - Momento di una forza	" 197
9.2.1 - <i>Momento di più forze applicate ad un punto (forze concorrenti)</i>	" 198
9.3 - Momento angolare (momento della quantità di moto)	" 198
9.3.1 - <i>Teorema del momento angolare</i>	" 199
9.3.2 - <i>Moti piani</i>	" 200
9.4 - Sistemi a massa variabile	" 204
 Capitolo 10 - Problemi di dinamica del punto materiale	
10.1 - Interazione gravitazionale tra corpi sferici	" 209
10.2 - Moto di un punto materiale soggetto a forza gravitazionale	" 213
10.2.1 - <i>Integrale dell'energia</i>	" 216
10.3 - Oscillazioni	" 221
10.3.1 - <i>Radici reali e distinte</i>	" 222
10.3.2 - <i>Radici coincidenti</i>	" 223
10.3.3 - <i>Radici immaginarie</i>	" 224
10.3.4 - <i>Dissipazione di energia</i>	" 225
10.4 - Oscillazioni forzate	" 227
10.5 - Oscillatori accoppiati	" 231
10.6 - Oscillazioni di grande ampiezza del pendolo	" 241
10.7 - Moto verticale di un grave soggetto a forza viscosa	" 244
10.8 - Moto verticale dei gravi nell'aria	" 246
10.9 - Moto di una particella carica in un campo di induzione magnetica uniforme	" 248
 Capitolo 11 - Dinamica relativa	
11.1 - Equazione fondamentale della dinamica in riferimenti non inerziali	" 251
11.1.1 - <i>Forza centrifuga</i>	" 252
11.1.2 - <i>Forza di Coriolis</i>	" 252
11.2 - Equilibrio relativo	" 254
11.3 - Moto relativo	" 260
11.3.1 - <i>Deviazione dalla verticale nella caduta dei gravi</i>	" 263
11.4 - Pendolo di Foucault	" 265
11.5 - Dipendenza dell'accelerazione di gravità dalla latitudine	" 267
 Capitolo 12 - Dinamica dei sistemi	
12.1 - Sistemi di punti e seconda legge della dinamica	" 269
12.2 - Centro di massa	" 270
12.3 - Teorema della quantità di moto	" 270
12.4 - Prima equazione cardinale della dinamica dei sistemi	" 271

12.5 - Conservazione della quantità di moto	Pag. 272
12.6 - Seconda equazione cardinale della dinamica dei sistemi, momento angolare	" 274
12.7 - Conservazione del momento angolare	" 276
12.8 - Dinamica relativa dei sistemi	" 279
12.8.1 - <i>Forza centrifuga</i>	" 280
12.8.2 - <i>Risultante e momento delle forze esterne, momento angolare</i>	" 280
12.8.3 - <i>Energia cinetica</i>	" 280
12.9 - Riferimento del centro di massa	" 281
12.9.1 - <i>Quantità di moto</i>	" 281
12.9.2 - <i>Momento angolare</i>	" 282
12.9.3 - <i>Energia cinetica di un sistema</i>	" 283
12.10 - Lavoro ed energia cinetica	" 288
12.11 - Urti	" 290
12.11.1 - <i>Parametro d'urto</i>	" 292
12.12 - Urto centrale elastico	" 292
12.12.1 - <i>Urto centrale anelastico; coefficiente di restituzione</i>	" 294
12.12.2 - <i>Urto centrale completamente anelastico</i>	" 295
12.12.3 - <i>Urto obliquo elastico</i>	" 295
III Capitolo 13 - Statica dei sistemi	
13.1 - Sistemi di punti materiali	" 303
13.1.1 - <i>Sistemi rigidi</i>	" 303
13.1.2 - <i>Sistemi elementari di forze</i>	" 304
13.2 - Momenti	" 305
13.2.1 - <i>Momento assiale</i>	" 305
13.2.2 - <i>Momento di una coppia</i>	" 306
13.2.3 - <i>Sistema forza-coppia</i>	" 307
13.2.4 - <i>Momento di un sistema di forze</i>	" 308
13.2.5 - <i>Riduzione di un sistema di forze</i>	" 309
13.2.6 - <i>Forze concorrenti e forze complanari</i>	" 309
13.2.7 - <i>Forze parallele</i>	" 311
13.2.8 - <i>Riduzione di un sistema di forze generico</i>	" 312
13.3 - Baricentro	" 315
13.3.1 - <i>Teorema di Pappo-Guldino</i>	" 316
13.4 - Equilibrio	" 319
13.5 - Cenno sul principio dei lavori virtuali	" 326
III Capitolo 14 - Dinamica dei sistemi rigidi	
14.1 - Equazioni della dinamica	" 331
14.1.1 - <i>Corpo rigido vincolato</i>	" 332
14.1.2 - <i>Rotazione attorno ad un asse fisso</i>	" 332
14.1.3 - <i>Teorema dell'energia cinetica</i>	" 333
14.2 - Calcolo di momenti di inerzia	" 334
14.3 - Momento d'inerzia di un corpo omogeneo rispetto ad assi concorrenti in un punto prefissato	" 337

14.4 - Momento angolare di un corpo rigido omogeneo	Pag. 342
14.5 - Energia cinetica	” 343
14.6 - Rotolamento	” 355
14.6.1 - <i>Rotolamento con forza motrice</i>	” 355
14.6.2 - <i>Rotolamento con coppia motrice</i>	” 357
14.6.3 - <i>Attrito di rotolamento</i>	” 358
14.6.4 - <i>Equilibrio di una ruota soggetta a forza motrice</i>	” 360
14.6.5 - <i>Equilibrio di una ruota soggetta a coppia motrice</i>	” 361
14.7 - Corpo rigido con un punto fisso	” 366
14.7.1 - <i>Moto per inerzia</i>	” 367
14.7.2 - <i>Assi permanenti di rotazione</i>	” 369
14.7.3 - <i>Giroscopio</i>	” 370
14.7.4 - <i>Moto in presenza di un momento esterno</i>	” 371
14.7.5 - <i>Moto di un corpo rigido pesante con un punto fisso</i>	” 372
14.7.6 - <i>Moto di una trottola pesante</i>	” 373
 Capitolo 15 - Corpi deformabili	
15.1 - Considerazioni introduttive	” 377
15.2 - Sforzi	” 380
15.3 - Equazione dell'equilibrio	” 386
15.4 - Deformazioni	” 387
15.5 - Elasticità dei corpi omogenei e isotropi	” 392
15.5.1 - <i>Modulo di compressibilità</i>	” 397
15.5.2 - <i>Relazione tra il modulo di rigidità e il modulo di Young</i>	” 398
 Capitolo 16 - Statica dei fluidi	
16.1 - Sforzi nei fluidi in equilibrio	” 401
16.2 - Equilibrio dei fluidi	” 403
16.3 - Equilibrio dei fluidi soggetti alla gravità	” 405
16.3.1 - <i>Pressione all'interno di un fluido omogeneo</i>	” 406
16.3.2 - <i>Principio di Pascal</i>	” 406
16.3.3 - <i>Torchio idraulico</i>	” 407
16.3.4 - <i>Liquidi in vasi comunicanti</i>	” 407
16.3.5 - <i>Forze di pressione, peso di un liquido</i>	” 409
16.4 - Calcolo delle forze di pressione	” 410
16.5 - Misura delle pressioni	” 416
16.5.1 - <i>Barometro</i>	” 416
16.5.2 - <i>Manometri metallici</i>	” 417
16.5.3 - <i>Manometro di MacLeod</i>	” 417
16.6 - Principio di Archimede	” 419
16.6.1 - <i>Natanti</i>	” 420
16.6.2 - <i>Sommergibili, Aerostati</i>	” 421
16.7 - Misure di densità	” 422
16.8 - Fluidi compressibili	” 425

16.8.1 - <i>Pressione in un liquido compressibile</i>	Pag. 426
16.8.2 - <i>Variazione della pressione atmosferica con l'altezza</i>	" 427
16.9 - <i>Equilibrio relativo di masse fluide</i>	" 427
16.10 - <i>Tensione superficiale</i>	" 430
16.10.1 - <i>Bolle di sapone</i>	" 433
16.10.2 - <i>Formula di Laplace</i>	" 434
16.10.3 - <i>Linee di contatto</i>	" 435
16.10.4 - <i>Capillarità</i>	" 436
16.10.5 - <i>Contagocce</i>	" 438
III Capitolo 17 - Dinamica dei fluidi	
17.1 - <i>Introduzione</i>	" 441
17.2 - <i>Equazione di continuità</i>	" 442
17.3 - <i>Distribuzione delle velocità</i>	" 445
17.4 - <i>Dinamica dei fluidi ideali</i>	" 449
17.4.1 - <i>Moti irrotazionali</i>	" 452
17.5 - <i>Deduzione elementare del teorema di Bernoulli</i>	" 453
17.6 - <i>Teorema della quantità di moto</i>	" 457
17.7 - <i>Viscosità</i>	" 458
17.7.1 - <i>Moto laminare</i>	" 459
17.7.2 - <i>Moto in regime di Poiseuille in un tubo di sezione circolare</i>	" 462
17.8 - <i>Equazione della dinamica dei fluidi viscosi</i>	" 464
17.9 - <i>Moto vorticoso, numero di Reynolds</i>	" 467
17.10 - <i>Cenni sull'attrito nel mezzo</i>	" 468
17.10.1 - <i>Regime a resistenza di attrito</i>	" 468
17.10.2 - <i>Regime a resistenza di pressione</i>	" 469
17.10.3 - <i>Resistenza del mezzo non parallela alla velocità</i>	" 470
III Capitolo 18 - Onde elastiche	
18.1 - <i>Considerazioni preliminari</i>	" 473
18.2 - <i>Propagazione nei mezzi elastici isotropi e indefiniti</i>	" 475
18.3 - <i>Onde piane</i>	" 479
18.4 - <i>Deduzione elementare dell'equazione di D'Alembert</i>	" 481
18.4.1 - <i>Onde piane nei fluidi</i>	" 481
18.4.2 - <i>Velocità di propagazione delle onde nei gas ideali</i>	" 482
18.4.3 - <i>Onde piane longitudinali in una sbarra indefinita</i>	" 483
18.4.4 - <i>Onde trasversali</i>	" 484
18.5 - <i>Piccole vibrazioni trasversali di un filo indefinito</i>	" 485
18.6 - <i>Generalità sulla equazione delle onde piane</i>	" 486
18.7 - <i>Riflessione delle onde piane per incidenza normale</i>	" 490
18.7.1 - <i>Discontinuità rigida</i>	" 490
18.7.2 - <i>Discontinuità cedevole</i>	" 491
18.7.3 - <i>Riflessione parziale delle onde piane per incidenza normale</i>	" 493
18.8 - <i>Onde armoniche piane</i>	" 494

18.9 - Intensità di un'onda piana	Pag. 497
18.10 - Onde sferiche	" 502
18.10.1 - <i>Propagazione per onde sferiche</i>	" 504
18.10.2 - <i>Onde sferiche armoniche</i>	" 506
18.11 - Effetto Doppler	" 508
18.11.1 - <i>Mezzo in moto rispetto alla sorgente e all'osservatore</i>	" 508
18.11.2 - <i>Sorgente in moto</i>	" 509
18.11.3 - <i>Ricevitore in moto</i>	" 509
III Capitolo 19 - Interferenza e diffrazione	
19.1 - Sovrapposizione di onde armoniche piane	" 513
19.1.1 - <i>Onde progressive</i>	" 513
19.1.2 - <i>Onde progressive di frequenze diverse</i>	" 514
19.1.3 - <i>Onde che si propagano in verso opposto</i>	" 515
19.1.4 - <i>Vibrazioni stazionarie in sistemi finiti</i>	" 516
19.2 - Sviluppo in serie di Fourier	" 519
19.3 - Soluzione dell'equazione di D'Alembert con assegnate condizioni al contorno; piccole vibrazioni di un filo fissato agli estremi	" 524
19.4 - Vibrazioni di una membrana rettangolare fissata al contorno	" 529
19.5 - Vibrazioni di un parallelepipedo rettangolo fissato al contorno	" 531
19.5.1 - <i>Numero dei modi di vibrazione con frequenza minore o uguale a ν</i>	" 532
19.6 - Interferenza di onde sferiche	" 533
19.7 - Mezzi dispersivi	" 537
19.7.1 - <i>Corda di massa trascurabile, fissata agli estremi, con masse distribuite</i>	" 537
19.7.2 - <i>Onde sulla superficie di liquidi</i>	" 540
19.8 - Velocità di gruppo	" 545
19.9 - Preliminari di meccanica ondulatoria	" 546
19.10 - Attenuazione	" 551
19.11 - Principio di Huygens	" 552
19.12 - Diffrazione	" 553
III Capitolo 20 - Simmetria Invarianza Relatività ristretta	
20.1 - Simmetria	" 557
20.2 - Invarianza della equazione di Newton	" 558
20.2.1 - <i>Invarianza per inversione della coordinata temporale</i>	" 560
20.2.2 - <i>Inversione delle coordinate spaziali</i>	" 561
20.3 - Invarianza dell'energia potenziale	" 562
20.4 - Invarianza per trasformazioni galileane	" 563
20.4.1 - <i>Legge di conservazione della quantità di moto</i>	" 564
20.5 - Velocità della luce	" 565
20.6 - Esperienza di Michelson-Morley	" 567
20.6.1 - <i>Velocità limite</i>	" 570
20.7 - Postulati della relatività ristretta	" 571
20.7.1 - <i>Sincronizzazione degli orologi</i>	" 573

20.7.2 - <i>Deduzione diretta della dilatazione dei tempi</i>	Pag.	574
20.8 - Trasformazioni di Lorentz	”	575
20.8.1 - <i>Contrazione delle lunghezze</i>	”	577
20.8.2 - <i>Paradosso dei gemelli</i>	”	578
20.8.3 - <i>Esperimento di Hafele e Keating (1971)</i>	”	579
20.8.4 - <i>Decadimento di particelle elementari instabili</i>	”	579
20.9 - Cronotopo	”	580
20.9.1 - <i>Effetto Doppler relativistico</i>	”	586
20.10 - Trasformazioni della velocità	”	587
20.11 - Legge di inerzia	”	588
20.12 - Legge fondamentale della dinamica relativistica	”	591
20.13 - Teorema dell'energia cinetica	”	591
20.13.1 - <i>Altra deduzione della massa relativistica</i>	”	593
20.13.2 - <i>Altra deduzione dell'energia relativistica</i>	”	596
20.14 - Trasformazione della quantità di moto e dell'energia	”	597
20.15 - Trasformazioni dell'accelerazione e della forza	”	599
20.16 - Principio di equivalenza	”	601
20.17 - Alcune conseguenze	”	603
Appendice - A	”	605
Appendice - B	”	607
Appendice - C	”	609
INDICE ANALITICO	”	613

1 ■ Grandezze fisiche

1.1. Introduzione

L'universo e il mondo in cui viviamo offrono uno scenario immenso di eventi incredibilmente vari. L'esigenza di comprendere le varie forme di vita, la complessità dell'universo, la struttura della materia, da sempre ha spinto l'uomo a studiare e analizzare con metodi sempre più sofisticati i fenomeni che si manifestano in natura. La fisica si è così sviluppata come una delle attività più importanti dell'intelletto umano determinando, come ricaduta, un profondo contributo al progresso della civiltà e della cultura in generale.

La fisica, intesa dai Greci come scienza della natura, $\varphi\tilde{\nu}\sigma\iota\varsigma$, nel suo più vasto significato, ossia come scienza che studia tutti i fenomeni naturali, fu chiamata fino all'inizio del XIX secolo, filosofia naturale. Successivamente si è limitata a studiare un più ristretto numero di argomenti: la meccanica, l'acustica, l'ottica e l'elettromagnetismo; scienze in cui la natura delle sostanze coinvolte non muta. È sorta quindi la suddivisione in argomenti classici con scarse connessioni reciproche, anche se la meccanica ha costituito il principio guida di tutti.

Questa suddivisione in seguito è gradualmente cambiata, riportando il ruolo della fisica verso il concetto più ampio degli inizi. Nella fisica del XX secolo, fisica moderna, con la scoperta della quantizzazione, la teoria della relatività, le nuove teorie cosmologiche e la scoperta di particelle elementari sempre più numerose, si è determinato un nuovo orientamento nel pensiero scientifico, cosicché i fenomeni fisici vengono descritti in maniera più unificante e più logica. Tuttavia di questa evoluzione la fisica classica non ne ha sofferto; basta pensare che le leggi naturali di importanza fondamentale, come le leggi di Newton, le leggi di conservazione dell'energia, della quantità di moto, del momento angolare, le leggi della termodinamica e dell'elettromagnetismo, continuano ad essere non solo i cardini della fisica moderna, ma anche i fondamenti di specializzazioni e attività professionali.

Queste circostanze hanno posto la fisica in una posizione di privilegio rispetto alle altre scienze naturali, anche perché l'impiego del metodo sperimentale conferisce ad essa una forza ineguagliabile. Il metodo sperimentale ha come fondamento la facoltà di riprodurre in laboratorio molti fenomeni naturali nelle condizioni più idonee per l'osservazione, cioè di eseguire una esperienza da cui trarre risultati che hanno validità universale. Va osservato che non sempre i fenomeni naturali possono essere riprodotti in laboratorio; a questa categoria appartengono quelli che si svolgono su larga scala come, per esempio, i fenomeni astronomici o geofisici; tuttavia anche in questi casi abili ricercatori possono dedurre conclusioni certe e universali.

Una volta che il ricercatore ha esaminato in dettaglio il fenomeno e individuato i vari *fattori* che in esso intervengono può, con l'esperienza, stabilire le relazioni di causa ed effetto e quindi la legge fisica che lo governa. Molte volte queste relazioni, per la loro complessità, possono sfuggire se l'esperienza non è opportunamente preparata e se non si dispone di un adeguato apparato sperimentale; infatti la natura non ci consente di assistere direttamente, per esempio, alla caduta libera dei gravi nel vuoto oppure al moto di una particella carica in un campo di induzione magnetica.

Stabilire una legge fisica comporta due strumenti fondamentali: l'uso di un linguaggio appropriato e la definizione dei fattori che intervengono nel fenomeno. Questi ultimi saranno definiti nel prossimo paragrafo. Il linguaggio della fisica è la matematica; essa fornisce la semplicità e la compattezza necessarie per esprimere le leggi fisiche e le loro conseguenze. In particolare la geometria svolge ed ha sempre svolto un ruolo preminente, perciò occorre anzitutto chiedersi se la geometria euclidea ha validità universale. Per fortuna la risposta è affermativa sia su scala ordinaria che su scala cosmica.

Presupponendo noto il concetto di misura geometrica, occorre stabilire se gli assiomi della geometria euclidea siano validi, verificando sperimentalmente, per esempio, i teoremi di Euclide. Infatti la geometria euclidea viene accettata perché le misure geometriche, nelle dimensioni ordinarie, danno una approssimazione talmente buona da non mettere in evidenza deviazioni apprezzabili rispetto ai teoremi; pertanto riteniamo che sia valida anche su scala cosmica. Tuttavia ciò non comporta in generale, che l'applicazione della geometria euclidea sia evidente e corretta.

Nel secolo scorso Gauss propose di verificare se la misura degli angoli interni di un grande triangolo desse come somma 180° . È noto infatti che in un triangolo sferico, giacente cioè su una superficie sferica, la somma degli angoli interni è sempre maggiore di 180° . In figura 1 è mostrato un triangolo tracciato sulla superficie

terrestre, in cui il lato a giace sull'equatore ed i lati b e c giacciono su due meridiani passanti per il polo A . È evidente che la somma degli angoli $\alpha + \beta + \gamma > 180^\circ$; in particolare $\beta = \gamma = 90^\circ$ ed ovviamente non è valido il teorema di Pitagora poiché $a^2 + b^2 \neq c^2$, essendo $b = c$.

Gauss, usando strumenti geodetici, misurò gli angoli del triangolo formato dalle cime delle tre montagne tedesche: Brocken, Hohehagen e Inselberg, il cui lato più lungo era di 100 km. Il risultato fornì che la somma degli angoli interni del triangolo differiva da 180° di 0,680 secondi d'arco; Gauss concluse che lo spazio è euclideo. Un'altra prova della validità di tale conclusione è fornita da un'esperienza suggerita da Schwarzschild (1900). Essa consiste nel misurare gli angoli sotto cui una stella lontana è vista dalla terra. In due osservazioni eseguite a distanza di sei mesi, la terra assume rispetto al sole posizioni opposte, la cui distanza è uguale all'asse maggiore dell'orbita ellittica ($3 \cdot 10^{11} m$), figura 2. Indicando con α e β i due angoli sotto cui è vista la stella, fino a distanze di circa $3 \cdot 10^{18} m$ (300 anni luce), corrispondenti al limite di misura angolare dei moderni telescopi, si ottiene sempre $\alpha + \beta < 180^\circ$. Si chiama parallasse l'angolo $[180^\circ - (\alpha + \beta)]/2$. Siccome la parallasse, per distanze di questo ordine di grandezza, è estremamente piccola, si deduce che il raggio di curvatura dell'universo è certamente maggiore di $10^{18} m$, ma ulteriori approfondimenti esulano dai limiti di queste considerazioni.

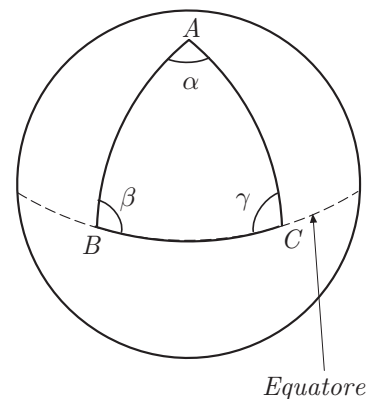


Fig. 1.1

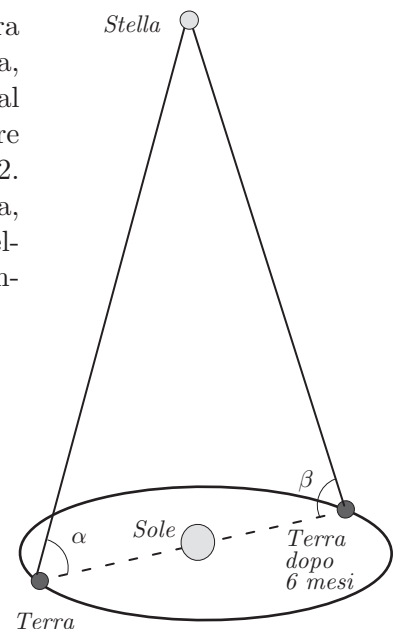


Fig. 1.2

2. Grandezze fisiche ed equazioni dimensionali

Definiamo grandezza fisica od osservabile *un fattore che interviene nel fenomeno fisico per il quale sia possibile stabilire il criterio del confronto*. In altri termini, fissata l'unità di misura, sia possibile definire la grandezza in maniera quantitativa.

Ciò implica una operazione di misura che può essere diretta o indiretta. Nel primo caso la grandezza viene confrontata con l'unità prefissata oppure vengono osservate le indicazioni di un apparecchio opportunamente tarato; è il caso, ad esempio, della misura di una lunghezza con un righello o della temperatura con un termometro. Nel secondo caso il valore della grandezza può essere ricavato attraverso l'equazione di definizione che, in genere, contiene grandezze misurabili direttamente.

Molte grandezze fisiche devono essere definite rispetto ad una certa terna di riferimento; infatti posizione, spostamento, velocità e accelerazione di un corpo dipendono dal riferimento adottato. Per esempio, l'altezza di un oggetto può essere riferita rispetto al livello del mare, la posizione di una nave o di un aereo rispetto a certe coordinate geodetiche. I valori che si ottengono sono diversi

nei vari riferimenti, tuttavia è sempre possibile correlarli, una volta assegnata la relazione di trasformazione delle coordinate.

Certe grandezze fisiche devono essere espresse oltre che quantitativamente, cioè da un numero, anche da una direzione. Tali sono le grandezze vettoriali che descriveremo nel prossimo capitolo. Nello studio della fisica si introdurranno numerose grandezze fisiche di cui ne esprimiamo alcune attraverso equazioni di definizione non formalmente esatte; superficie S , volume V , densità ρ , velocità v , accelerazione a , energia cinetica E_c :

$$S = l^2, \quad V = l^3, \quad \rho = \frac{m}{V}$$

$$v = \frac{\Delta l}{\Delta t}, \quad a = \frac{\Delta v}{\Delta t}, \quad E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

dove l , m , t , sono rispettivamente la lunghezza, la massa e il tempo. Si osservi che le sei equazioni legano tra loro nove grandezze. Possiamo ancora definire, la quantità di moto p , la forza F , lo sforzo normale σ :

$$p = mv, \quad F = ma, \quad \sigma = \frac{F_n}{S},$$

dove F_n è la forza normale alla superficie. In totale sono state introdotte dodici grandezze e nove relazioni tra queste. Si potrebbe continuare nell'elenco, trovando che la differenza tra le grandezze e le equazioni di definizione è sempre tre; pertanto assegnate tre grandezze, le altre possono essere espresse in funzione di queste ultime. Si osservi che il numero di grandezze che si possono assegnare è arbitrario, ma naturalmente il criterio è quello di assumerne il minor numero possibile e scegliere quelle per le quali si possa stabilire una unità di misura inalterabile, riproducibile, universalmente accettata e definita mediante una misurazione diretta.

In meccanica vengono adottate tre grandezze che chiamiamo *fondamentali*: *lunghezza, massa e tempo*; tutte le altre sono chiamate *grandezze derivate*. In elettrodinamica, per ragioni di opportunità, viene introdotta una quarta grandezza che è l'intensità di corrente.

Alle grandezze fondamentali vengono attribuite dimensioni che si indicano rispettivamente con i simboli

$$[L], \quad [M], \quad [T].$$

Allora, trattando algebricamente le equazioni di definizione, si trova che le dimensioni della velocità sono

$$[v] = \frac{[L]}{[T]} = [L][T]^{-1};$$

le dimensioni dell'accelerazione

$$[a] = \frac{[v]}{[T]} = [L][T]^{-2};$$

quelle della forza

$$[F] = [M][a] = [M][L][T]^{-2};$$

le dimensioni dell'energia cinetica

$$[E_c] = [M][v]^2 = [M][L]^2[T]^{-2},$$

e così via.

Le equazioni dimensionali sono molto utili per il controllo delle equazioni tra grandezze in cui, ovviamente, i due membri devono avere le stesse dimensioni. Per esempio, nell'equazione $(mv^2)/2 = mgh$, dove g è l'accelerazione di gravità e h una altezza, il primo membro ha le dimensioni dell'energia cinetica, $[M][L]^2[T]^{-2}$, il secondo membro le dimensioni $[M][a][L]$, cioè

$$[M][L][T]^{-2}[L] = [M][L]^2[T]^{-2};$$

l'uguaglianza dimensionale è verificata; la grandezza del secondo membro è chiamata energia potenziale.

Si noti che nelle dimensioni dell'energia cinetica non si è tenuto conto del fattore $1/2$. Infatti tutti i fattori numerici si assumono adimensionati; tuttavia bisogna fare attenzione ai coefficienti moltiplicativi che compaiono in molte espressioni. Per esempio, la forza viscosa è definita dall'espressione $F = -bv$, dove b è un coefficiente che tiene conto delle proprietà del mezzo e dalla forma del corpo, v la velocità. Per la validità dell'equazione entrambi i membri devono avere le dimensioni di una forza; pertanto le dimensioni di b sono

$$[b] = \frac{[F]}{[v]} = \frac{[M][L][T]^{-2}}{[L][T]^{-1}} = [M][T]^{-1}.$$

Bisogna osservare inoltre che grandezze fisiche diverse possono risultare equidimensionate; il caso del lavoro e del momento di una forza è il più noto. Infatti esprimendo, in maniera non formalmente esatta, il lavoro come prodotto della forza per lo spostamento nella direzione della forza, e il momento come prodotto della forza per il braccio, le dimensioni delle due grandezze risultano uguali. In tal caso l'ambiguità dimensionale non si elimina, però le grandezze e le unità di misura sono ben diverse; il lavoro è misurato in *joule* ed il momento della forza in *newton per metro*.