

TRADEMATIC

METODOLOGIE MATEMATICHE  
E TECNOLOGIE INFORMATICHE PER LA FINANZA

2

*Direttore*

**Gerardo IOVANE**

Università degli Studi di Salerno, Italy

*Comitato scientifico*

**Sergiy BORYSENKO**

National Technical University of Ukraine

**Andrey NASEDKIN**

Southern Federal University, Russian

**Michele NAPPI**

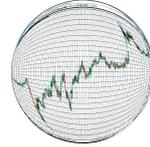
Università degli Studi di Salerno, Italy

**Genoveffa TORTORA**

Università degli Studi di Salerno, Italy

# TRADEMATIC

## METODOLOGIE MATEMATICHE E TECNOLOGIE INFORMATICHE PER LA FINANZA



Rischiare significa avere la capacità di stimare l'insuccesso, azzardare vuol dire assumersi la responsabilità di ciò che non si conosce.

Gerardo IOVANE

Nello scenario internazionale il tema della Finanza computazionale si sta diffondendo con estrema e interessante rapidità. La pervasione delle tecnologie informatiche nel settore finanziario ha condotto alla nascita di un mercato totalmente virtualizzato, sostituendo e decentralizzando le obsolete borse internazionali con mercati finanziari on-line.

L'intento della collana è affrontare i più emergenti temi della Finanza computazionale, dei Big Data, delle metodologie e dei metodi matematici avanzati per la Finanza, della gestione dei dati e delle infrastrutture, relativamente ai temi più propriamente legati alla *infosecurity*. Senza trascurare il ruolo che sta assumendo l'ambito *knowledge* e mostrando particolare attenzione sia alle metodologie e tecnologie, sia alla verticalizzazione e implicazione nel contesto finanziario degli algoritmi e delle soluzioni relativi alla *Sentiment Analysis* e al *Knowledge Discovery*.

Tradematic accoglie opere che trattano l'ideazione, la progettazione e lo sviluppo di algoritmi avanzati e infrastrutture complesse per la Finanza, proiettata nell'*High Frequency Trading*, una verticalizzazione del più generale tema dell'*High Frequency Computing*.

I contenuti sono rivolti sia ai discenti dei corsi di laurea o dottorato di ricerca in Informatica o Ingegneria dell'informazione, sia a esperti del settore delle Tecnologie Abilitanti e di Supporto Applicativo alla Finanza, nonché a tutti coloro che in ambito economico-finanziario intendano approfondire il tema delle tecnologie informatiche abilitanti.



Gerardo Iovane  
Marco Leone  
Daniele Antonio Rinciari

## **Financial Computing**

Metodi e algoritmi per la costruzione di portafogli finanziari





Aracne editrice

[www.aracneeditrice.it](http://www.aracneeditrice.it)  
[info@aracneeditrice.it](mailto:info@aracneeditrice.it)

Copyright © MMXX  
Giacchino Onorati editore S.r.l. – unipersonale

[www.giacchinoonoratieditore.it](http://www.giacchinoonoratieditore.it)  
[info@giacchinoonoratieditore.it](mailto:info@giacchinoonoratieditore.it)

via Vittorio Veneto, 20  
00020 Canterano (RM)  
(06) 45551463

ISBN 978-88-255-3917-2

*I diritti di traduzione, di memorizzazione elettronica,  
di riproduzione e di adattamento anche parziale,  
con qualsiasi mezzo, sono riservati per tutti i Paesi.*

*Non sono assolutamente consentite le fotocopie  
senza il permesso scritto dell'Editore.*

I edizione: novembre 2020

# Indice

- 9 *Introduzione*
- 11 **Capitolo I**  
*Modelli di Gestione del Portafoglio*
- 1.1. La nascita del modello di Markowitz, 11 – 1.2. Il modello di Markowitz, 12 – 1.2.1. *La selezione di Portafoglio*, 13 – 1.2.2. *L'ottimizzazione media-varianza di Markowitz*, 13 – 1.3. La diversificazione dei titoli Markowitziana, 16 – 1.4. I limiti del modello di Markowitz, 18 – 1.5. Il Capital Asset Pricing Model (CAPM), 23 – 1.5.1. *L'ottimizzazione inversa di Sharpe e l'evoluzione del CAPM*, 27 – 1.6. Il Modello di Black e Litterman, 29 – 1.7. La specificazione dei rendimenti (il modello di riferimento), 31 – 1.8. L'equilibrio di mercato, 33 – 1.9. Le view, 38 – 1.10. I rendimenti attesi e i pesi ottimi finali, 43.
- 47 **Capitolo II**  
*Il Modello di Gestione del Rischio ( $M_{G.R.}$ )*
- 2.1. Descrizione e Definizione del Modello di Gestione del Rischio ( $M_{G.R.}$ ), 47 – 2.2. Obiettivo del Modello di Gestione del Rischio ( $M_{G.R.}$ ), 47 – 2.3. la Modellazione sottesa al Modello di Gestione del Rischio ( $M_{G.R.}$ ), 48 – 2.4. Le Strategie del Modello di Gestione del Rischio ( $M_{G.R.}$ ), 50.
- 55 **Capitolo III**  
*Un case Study sull'Analisi di Portafoglio*
- 3.1. Descrizione e Definizione del Documento di Report Finanziario, 55 – 3.2. Descrizione e Definizione del Documento: "Statistic Level Analysis", 68.
- 73 **Capitolo IV**  
*Gli Algoritmi EPOP e StaLP-NeP*
- 4.1. Gli Obiettivi dell'Algoritmo EPOP(Engine for the Probability Of Price), 73 – 4.2. Introduzione ad EPOP, 73 – 4.2.1. *Parametri Fondamentali*, 74 – 4.2.2. *Affidabilità dei parametri – A: Affidability*, 81 – 4.3. Il Modello

Generale ed i Modelli Parziali, 83 – 4.3.1. *Legame tra Ampiezza delle Bande Bollinger BW, deviazioni standard e Probabilità di un Prezzo*, 83 – 4.4. Dipendenza della probabilità di un prezzo dal timeframe, 86 – 4.5. Modello Scala Invariante della Probabilità di un prezzo, 87 – 4.6. Modello trend compliant della Probabilità di un prezzo, 88 – 4.7. Modello Volume compliant della Probabilità di un prezzo, 90 – 4.8. Modello Static Level Attractor (SLA) compliant della Probabilità di un prezzo, 92 – 4.9. Modello della Probabilità di un prezzo con relativo parametro di affidabilità, 93 – 4.10. Prospettive future del Modello EPOP, 95 – 4.11. StaLP–NeP Knowledge Processor (Static Level of Price via Newsletters Parsing), 96 – 4.11.1. *Introduzione allo StaLP–NeP*, 97 – 4.11.2. *Parametri Fondamentali del modello StaLP–NeP*, 97 – 4.11.3. *Modello di Pricing o Scoring del Prezzo*, 100.

## 103      Capitolo V

### *Introduzione sui Mercati Finanziari*

5.1. Il mercato FOREX, 104 – 5.1.1. *Analisi Fondamentale*, 106 – 5.1.2. *Analisi Tecnica*, 106 – 5.2. Principali Indicatori del forex, 110 – 5.2.1. *Panoramica sugli indicatori*, 110.

## 119      Capitolo VI

### *Programmazione grafica visuale ad oggetti: LabView*

6.1. Cicli e Strutture in LabVIEW, 125 – 6.2. Polimorfismo ed Ereditarietà, 127.

## 133      Capitolo VII

### *Implementazione, Test e Analisi del modello*

7.1. Implementazione Modello di Gestione del Rischio ( $M_{G.R.}$ ), 133 – 7.2. Test, Analisi e Validazione, 149 – 7.2.1. *Software di Analisi Statistica*, 149 – 7.3. Modulo Software per la Gestione di Rischio Finanziario, 170.

## 187      Glossario

## 189      Bibliografia

## 191      Appendice 1. Figure

## 195      Appendice 2. Tabelle

## Introduzione

Negli ultimi anni il contesto finanziario ha avuto un grande sviluppo grazie non tanto o non solo a modellazioni sempre più sofisticate dei mercati quanto invece alla pervasione sempre più significativa delle Tecnologie dell'Informazione e della Comunicazione.

Le tematiche proprie del Social Computing, della Sentiment Analysis, dei Sistemi di Supporto alle Decisioni, dell'Intelligenza Artificiale, del Knowledge Discovery hanno permesso la trasformazione del contesto finanziario da ambito fisico ad ambito virtuale. La totalità delle operazioni, infatti, soprattutto nel settore valutario, delle commodities, delle materie prime e degli indici di stato avviene con negoziazioni online. Da ciò da un punto di vista operativo è nato un nuovo mercato globale, comunemente denominato con termini quali trading on line. Da un punto di vista scientifico è emersa la necessità di sviluppare un ambito cognitivo interdisciplinare in grado di offrire supporto metodologico e tecnologico alle esigenze operative. Ciò ha segnato la nascita del Financial Computing, con intersezioni specifiche con due ambiti di ricerca che sono l'High Frequency Computing che ha portato allo sviluppo di una specifica tematica di ricerca nel contesto del Financial Computing, nota come High Frequency Trading, ed una seconda intersezione riguardante i Big Data, per i temi che è facile comprendere possano avere impatto in ambito finanziario.

Il presente lavoro si sviluppa nell'ambito dei modelli e delle ICT per la Finanza; pertanto esso deve essere inquadrato nel settore emergente denominato Financial Computing.

Il capitolo 1 dello studio sarà dedicato ai modelli di gestione del portafoglio, con specifico riferimento agli studi di Markowitz, alla selezione di Portafoglio, l'ottimizzazione media-varianza, la diversificazione dei titoli, al Capital Asset Pricing Model (CAPM), all'ottimizzazione inversa di Sharpe, al Modello di Black e Litterman. Dopo aver affrontato i modelli di gestione del portafoglio, nel capitolo due verrà presentato un modello originale di gestione del rischio denominato

$M_{G.R.}$ . Nello specifico in tale capitolo verranno trattati i seguenti aspetti: la descrizione e la definizione del Modello di Gestione del Rischio  $M_{G.R.}$ , l'Obiettivo del Modello di Gestione del Rischio, la Modellazione sottesa al Modello di Gestione del Rischio  $M_{G.R.}$ , le Strategie del Modello di Gestione del Rischio ( $M_{G.R.}$ ).

Il capitolo 3 verrà dedicato Analisi che tipicamente un esperto del dominio compie al fine di raggiungere l'obiettivo di progettare e realizzare una soluzione modellistico-tecnologica che trovi nella ricerca il suo fondamento teorico, ma che al tempo stesso sia in grado di avere attenzione diretta su aspetti di carattere applicativo, relativamente ad una specifica conoscenza del contesto di impiego.

Quindi, grazie al lavoro precedentemente svolto, ed alla criticità/necessità emerse il capitolo 4 presenterà due algoritmi innovativi ed originali al fine di individuare parametri e caratteristiche del mercato utili ad un agente allorquando decida di operare.

Grazie agli studi precedentemente condotti sia in termini di modellazione che di analisi, il capitolo 5 sarà, invece, dedicato allo sviluppo di tecnologie software utili all'analista od all'agente finanziario. In tale capitolo verranno presentati: l'Implementazione Modello di Gestione del Rischio ( $M_{G.R.}$ ), i Test, l'Analisi e la Validazione, nonché il modulo Software di Analisi Statistica utile allo sviluppo delle analisi di gestione del rischio. Seguiranno le Conclusioni e le Prospettive di Ricerca.

## Modelli di Gestione del Portafoglio

### 1.1. La nascita del modello di Markowitz

Harry Markowitz (Chicago, 24 agosto 1927) è stato un economista statunitense, vincitore, insieme a Merton Miller e William Sharpe, del premio Nobel per l'economia nel 1990, «per i contributi pionieristici da loro dati nell'ambito dell'Economia Finanziaria». Durante la gioventù i suoi interessi non riguardavano l'Economia, bensì il baseball e il football. Inoltre, egli suonava il violino nell'orchestra della scuola, amava leggere opere comiche, lavori legati all'Astronomia e alla Fisica. Fu solo alla fine delle superiori e con la necessità di scegliere l'indirizzo universitario, che Harry Markowitz per la prima volta ebbe modo di riflettere su quale strada e facoltà avrebbe potuto scegliere. Micro e Macroeconomia gli sembravano materie adatte a lui ed alle sue capacità, ma il vero punto di attrazione si dimostrò essere l'Economia dell'Incertezza proposta da John von Neumann e Oskar Morgenstern, insieme alle teorie di Samuil Marshak (suo futuro professore all'università di Chicago) sull'utilità attesa. Fu in seguito che Marshak lo introdusse nella "Cowless Commission", una piccola commissione di ridotte dimensioni che però ha prodotto un numero elevato di Nobel e ha avuto una grande influenza sugli studi inerenti l'Economia e l'Econometria. All'inizio degli anni cinquanta, Harry Markowitz sviluppò la teoria che lo avrebbe reso celebre con il passare del tempo, la "Teoria del Portafoglio" che cercava il modo di ottimizzare i rendimenti degli investimenti. Già allora gli economisti avevano compreso che era più saggio e funzionale diversificare il portafoglio, ma Markowitz mostrò come misurare il rischio dei vari strumenti finanziari e come combinarli in un portafoglio in modo da ottenere il massimo rendimento per un determinato rischio. L'idea cardine della sua Teoria della Frontiera dei Portafogli gli venne leg-

gendo l'opera intitolata "Theory of Investment Value" di John Burr Williams, da cui fu ispirato. Nel 1952 Markowitz lasciò l'Università di Chicago per andare a far parte della "Rand Corporation", think tank statunitense. Qui si trovò a lavorare a stretto contatto con Gorge Dantzig e da lui riuscì ad imparare le tecniche di ottimizzazione che gli servirono per scrivere nel 1959 la sua opera: "Portfolio selection: efficient diversification of investments". Fu proprio grazie ai continui e pressanti inviti di James Tobin che Harry Markowitz scrisse questo libro dove rese nota la sua teoria, già inizialmente espressa in un articolo pubblicato nel 1952 e intitolato: "Portfolio selection". Dal 1982 insegnò al Baruch College dell'Università di New York. Nel 1989 la "Operation Research Society of America" e L'Istituto of Management Sciences, assegnarono a Markowitz il "Premio Von Neumann" per la Ricerca Operativa. Nel 1990 condivise, insieme ai colleghi William F. Sharpe e Merton Miller, il premio Nobel per l'economia. Il loro contributo in realtà diede l'avvio a quella che oggi noi conosciamo come Economia Finanziaria<sup>1</sup>.

## 1.2. Il modello di Markowitz

In questa sezione è utile analizzare l'ottimizzazione media-varianza di Markowitz; in particolare, vengono elencate le ipotesi su cui si basa il modello e viene spiegato in che modo avviene la scelta del portafoglio ottimo per l'investitore. In seguito si tratteranno i problemi riscontrati nell'applicazione della teoria di Markowitz, fra cui l'eccessiva quantità di dati richiesti dal modello, la massimizzazione degli errori di stima e l'instabilità del portafoglio ottimo dovuta alla sensibilità rispetto agli input. Nella maggior parte dei casi, soprattutto quando l'ottimizzazione non è vincolata, l'output del modello risulta poco adatto a rappresentare una soluzione d'investimento, principalmente per la presenza di posizioni corte e per la mancanza di diversificazione.

1. AA.VV., Wikipedia l'enciclopedia Libera, [it.wikipedia.org](http://it.wikipedia.org).

### 1.2.1. *La selezione di Portafoglio*

La selezione di portafoglio ha come obiettivo la ripartizione di un capitale tra più investimenti a reddito incerto. Il problema da risolvere consta nella determinazione delle quote da assegnare ad ognuno degli asset disponibili sul mercato: queste quote possono assumere qualsiasi valore reale, sia positivo che negativo (in quest'ultimo caso si tratta di vendite allo scoperto). In genere a maggiori livelli di incertezza che si accettano di affrontare, corrisponderanno maggiori livelli di rendimento ottenibile: per un dato livello di rischio, un investitore sceglierà quindi il portafoglio che massimizza il rendimento atteso. Nella costruzione del portafoglio non bisogna tenere in considerazione soltanto i rendimenti dei singoli titoli e la loro incertezza, ma anche la correlazione tra tali rendimenti: la presenza di correlazioni negative o positive non troppo elevate può determinare la contrazione del rischio senza però eliminarlo; discorso a parte va fatto per questo ultimo concetto, in quanto si è compreso che non sempre avere correlazioni negative porta benefici in termini di rischio, ma dipende esclusivamente dalla direzione in cui si entra sul mercato con quel determinato strumento "correlato negativamente": la soluzione a tale tematica si affronterà in seguito con il Modello di Gestione del Rischio (MGR). Soltanto in caso di perfetta correlazione negativa la diversificazione consente di eliminare il rischio (questo per strumenti finanziari come le azioni ad esempio, che a differenza degli strumenti presenti sul mercato FOREX non permettono la vendita allo scoperto), mentre se la correlazione è perfettamente positiva la diversificazione non porta alcun beneficio in termini di rischio.

### 1.2.2. *L'ottimizzazione media-varianza di Markowitz*

La modern portfolio theory nasce quindi nel 1952 con Harry Markowitz: il modello da lui sviluppato viene definito "ottimizzazione media-varianza" poiché utilizza come variabili fondamentali il rendimento atteso e la varianza, intesa come misura del rischio. La varianza del portafoglio non dipende soltanto dalla varianza degli asset che lo compongono, ma anche dalle covarianze tra gli stessi. Le ipotesi fondamentali della teoria di Markowitz sono:

- gli investitori hanno come obiettivo la massimizzazione della ricchezza finale e sono avversi al rischio;
- l'orizzonte di ottimizzazione è uni-periodale;
- gli asset sono perfettamente liquidi e non vi sono vincoli di quantità nell'acquisto (i cosiddetti lotti minimi);
- il mercato è perfettamente concorrenziale e non ci sono né costi di transazione né imposte.

Gli input necessari per generare il portafoglio ottimo sono i rendimenti attesi e le varianze per tutti gli asset, nonché le covarianze tra gli stessi. Il modello di Markowitz prevede innanzitutto l'individuazione dei portafogli efficienti, ovvero non dominati da nessun altro portafoglio in base al principio media-varianza. Un portafoglio viene definito efficiente se non esiste nessun altro portafoglio con rendimento maggiore e varianza non superiore, oppure con varianza minore e rendimento non inferiore. Un portafoglio è di conseguenza inefficiente se è possibile ottenere un maggiore rendimento senza aumentare l'incertezza oppure diminuire il rischio a pari rendimento (nella Figura 1.1. tutti i portafogli che giacciono sulla parte inferiore della frontiera rispetto al Global minimum variance portfolio<sup>2</sup>, sono considerati inefficienti). La frontiera efficiente media-varianza (vedi Figura 1.1.) viene determinata dall'insieme dei portafogli ottimi per tutti i possibili livelli di rischio e viene definita come un'iperbole che ha come input del procedimento, oltre al rendimento ed al rischio, anche la covarianza.

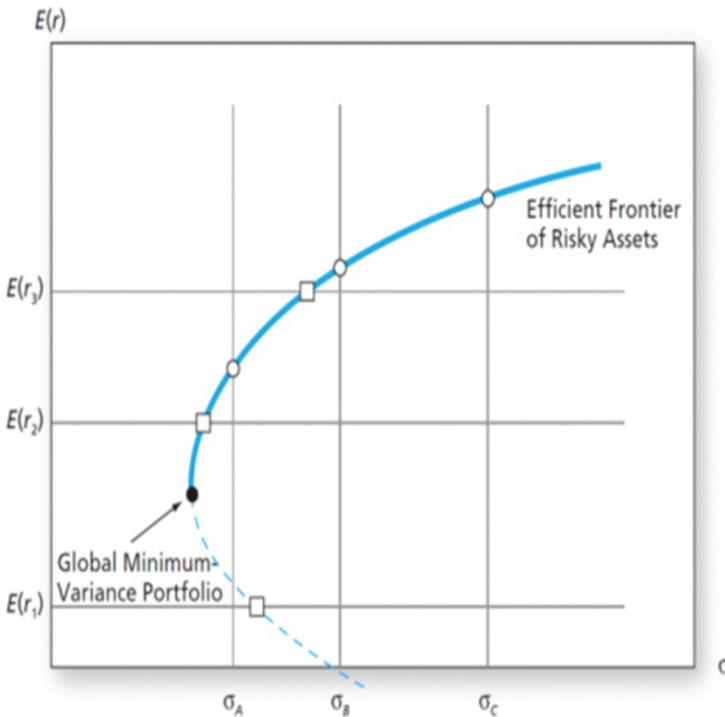
Il rendimento atteso  $E(r_p)$  e la varianza di ogni portafoglio vengono calcolati come segue:

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^n w_i E(r_i) \quad 1.1$$

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \text{Cov}(r_i r_j) \quad 1.2$$

dove  $w$  identifica il peso che ha ogni titolo all'interno del portafoglio.

2. Global minimum variance portfolio: portafoglio con minor varianza rispetto a tutti i portafogli che si trovano sulla frontiera efficiente.



**Figura 1.1.** Esempio di frontiera efficiente (vedi [1]).

Dopo aver calcolato la frontiera dei portafogli efficienti, l'investitore deve scegliere su tale curva un portafoglio in base alla sua propensione al rischio. Ogni persona che agisce razionalmente ha una propria Funzione d'Utilità che indica la sua propensione al rischio: sceglierà, quindi, la combinazione rendimento atteso–varianza che più si adatta alle proprie esigenze. Se ipotizziamo per l'investitore una Funzione d'Utilità quadratica, che quest'ultimo tenterà di massimizzare, avremo:

$$U = E(r) - A\sigma^2 \quad 1.3$$

dove  $A$  identifica il coefficiente di avversione al rischio dell'investitore; quindi l'utilità  $U$  aumenta con rendimenti attesi alti, ma diminuisce con rischio elevato [0]. Il portafoglio ottimo viene allora individuato nel punto di tangenza fra frontiera efficiente e la curva di indifferenza

(vedi Figura 1.2.) con il livello più alto possibile oppure, se non c'è tangenza, in uno degli estremi della frontiera. La combinazione prescelta deriva dalla massimizzazione dell'utilità attesa per l'investitore, ottenibile con un portafoglio che minimizza la varianza per certi valori di rendimento atteso; le curve di utilità che si trovano più a destra nel grafico rappresentano investitori con maggior avversione al rischio, tale che ad un aumento del rischio viene richiesto un minore aumento del rendimento per riportare l'utilità a livello massimo[0].

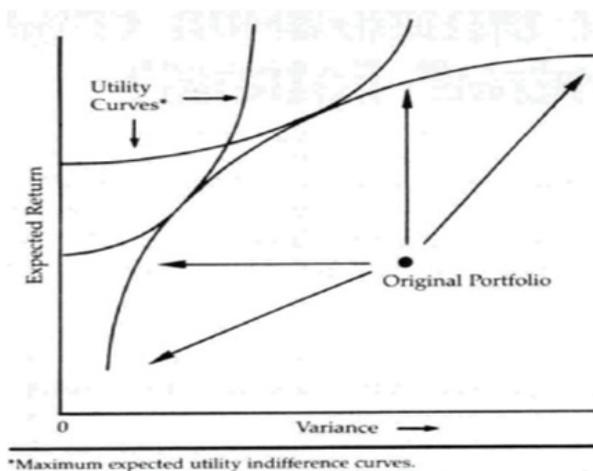


Figura 1.2. Tangenza fra frontiera efficiente e curve di indifferenza, (vedi [2]).

### 1.3. La diversificazione dei titoli Markowitziana

Ruolo chiave nella Modern Portfolio Theory svolge il concetto di diversificazione, come dimostrato da Markowitz nel suo articolo. Infatti tutti i titoli, se considerati singolarmente, giacciono a destra della frontiera efficiente risultando quindi inefficienti. Questo a sostegno del fatto che la diversificazione porta a maggiori livelli di rendimento atteso e minori livelli di rischio (deviazione standard).

Definiamo rispettivamente la varianza media e la covarianza media degli asset come:

$$\overline{\sigma^2} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \sigma_i^2 \quad 2.1$$

$$\overline{Cov} = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n Cov(r_i r_j) \text{ con } j \neq i \quad 2.2$$

A questo punto è possibile definire la varianza di portafoglio come segue:

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{n} \overline{\sigma^2} + \frac{n-1}{n} \overline{Cov} \quad 2.3$$

Dall'equazione 2.3 notiamo che quando la covarianza media tra il rendimento degli asset è zero — situazione che si verifica quando tutto il rischio è rappresentato da rischio sistematico, e cioè il rischio legato all'oscillazione del mercato che non può essere ridotto attraverso la diversificazione, il quale si contrappone al rischio idiosincratco o rischio specifico dello strumento finanziario, che invece è possibile ridurre tramite la diversificazione — l'equazione 2.3 diventa:

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{n} \overline{\sigma^2}$$

Quindi nel caso in cui si verifichi che la covarianza media tra il rendimento degli assets è zero, la varianza del portafoglio può essere quasi annullata; infatti il secondo termine a destra dell'espressione sarà zero (vedi 2.4) mentre il primo termine a destra, che rappresenta il rischio idiosincratco del titolo, si avvicina a zero quanto più il numero dei titoli ( $n$ ) diventa elevato. Pertanto, quando i rendimenti dei vari titoli risultano decorrelati tra loro, la diversificazione può portare ad ottenere un valore del rischio di portafoglio molto basso. Al contrario, nel caso in cui la covarianza media tra i titoli sia positiva, anche se il portafoglio viene maggiormente diversificato al suo interno, la sua varianza rimane comunque positiva; infatti, il secondo termine presente a destra dell'equazione (2.3) si avvicina alla covarianza media  $\overline{Cov}$  tanto più  $n$  cresce. Quindi, il rischio di un portafoglio diversificato dipende dalla covarianza dei rendimenti dei titoli, che è a sua volta funzione del rischio sistematico presente in Economia[0].

A questo punto se un investitore vuole aggiungere un ulteriore asset, ad un portafoglio già diversificato, il contributo che questo asset

apporta al rischio totale del portafoglio dipende dalla covarianza del rendimento di questo titolo con quello degli altri titoli già presenti nel portafoglio e non dalla sua varianza. Ipotizzando che tutti gli asset abbiano una deviazione standard rappresentata da  $\sigma$  e tutte le coppie di asset abbiano un coefficiente di correlazione comune definito da  $\rho$ , la covarianza di tutte le coppie di titoli diviene  $\rho\sigma^2$ , e l'equazione (2.3) diventa:

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{n} \bar{\mu}^2 + \frac{n-1}{n} \rho \sigma^2 \quad 2.4$$

Da cui risulta che quando la correlazione  $\rho=0$ , la varianza del portafoglio si avvicina a zero quanto più il numero di titoli al suo interno diventa grande, mentre quando  $\rho>0$  la varianza del portafoglio rimane positiva. Se prendiamo il caso limite in cui  $\rho=1$ , la varianza del portafoglio sarà uguale a  $\sigma^2$ , indifferentemente dal numero di asset presenti all'interno del portafoglio, dimostrando quindi che la diversificazione, in questo caso, non porta a nessun beneficio. Nel caso in cui la correlazione è perfetta, il rischio viene rappresentato dal rischio sistematico.

#### 1.4. I limiti del modello di Markowitz

Nonostante ancora oggi la teoria del portafoglio di Markowitz sia uno dei pilastri su cui si basa la più recente Finanza Moderna, il suo impatto pratico nelle decisioni di investimento è stato molto contenuto; ciò può essere ricondotto a due motivi principali.

- I pesi del portafoglio sono soltanto il risultato della relazione tra il trade-off fra rischio e rendimento lungo la frontiera efficiente, trade-off che deriva dall'ottimizzazione rispetto alla media e alla deviazione standard. Nella realtà però gli asset manager ragionano direttamente in termini di pesi. Trovano che il procedimento per derivare pesi da un processo di ottimizzazione sia estremo, poco intuitivo ed inappropriato per essere implementato ai portafogli dei clienti.
- Le decisioni maggiormente sensibili e più importanti riguardanti gli asset su cui investire e soprattutto il loro peso all'interno

del portafoglio, nelle società d'investimento, vengono prese da commissioni composte da senior manager, questi ultimi vedrebbero minacciata la loro posizione dall'introduzione dell'uso di un modello matematico che indichi il portafoglio migliore su cui investire. Il crescente utilizzo di un modello quantitativo porterebbe a rivedere tutta la struttura organizzativa delle società d'investimento e non solo, a favore di figure con alti profili matematici e statistici a discapito della attuali figure senior.

Oltre ai limiti derivanti dalle motivazioni da un punto di vista "manageriale", il modello di Markowitz porta con sé anche dei limiti pratici che hanno contribuito all'arginazione del suo utilizzo. Per quanto riguarda l'ammontare dei dati necessari per il modello, la bontà del portafoglio stesso, ottenuto con il processo di ottimizzazione media-varianza, risiede principalmente nella qualità dei dati di input necessari, più precisamente nella stima dei rendimenti attesi e nella matrice di varianza-covarianza; l'ammontare di questi dati aumenta esponenzialmente e diventa molto grande con l'aumentare dei titoli presi in considerazione per il portafoglio rendendo molto difficile la loro stima, se consideriamo ad esempio 100 titoli, per sviluppare il modello è necessario che vengano stimati 100 rendimenti attesi, 100 varianze e addirittura 10.000 covarianze; tale problema viene risolto utilizzando dati storici per stimare le variabili richieste: stimare i rendimenti attesi del modello semplicemente calcolando la media dei dati storici è però un metodo sicuramente discutibile, poiché tali stime possono rivelarsi poco adatte per prevedere il comportamento futuro dei rendimenti (limite superato come vedremo dal modello di gestione del rischio MGR qui proposto). Allo stesso modo l'utilizzo delle covarianze storiche per stimare le covarianze del modello porta ad una mancanza di informazioni correnti sugli asset considerati dal modello, ancor più se le serie storiche utilizzate per la stima sono incomplete. Il modello di Markowitz genera, quindi, output fondati su dati storici, che ovviamente non tengono conto della situazione attuale di mercato e delle eventuali aspettative sul futuro, errore che qualunque investitore con un po' di esperienza non commetterebbe, visto che l'evoluzione dei mercati finanziari dipende anche dalle view derivanti dai market movers che influenzano continuamente gli strumenti finanziari ed i mercati in generale. Uno dei limiti più

rilevanti del modello di Markowitz, inerenti alla tecnica con cui viene calcolato il portafoglio ottimo, risiede nel fatto che il procedimento porta ad una massimizzazione dell'errore di stima, definendo con "errore di stima" la possibilità di commettere errori nel calcolo del portafoglio dovuta ad imprecisioni nella stima degli input necessari per il processo di ottimizzazione media-varianza. Infatti, il processo porta a sovrastimare quei titoli che presentano un elevato rendimento atteso, correlazioni negative e bassa varianza facendo di questi asset i principali componenti del portafoglio; sono questi titoli però ad essere maggiormente soggetti ad un importante errore di stima. Chiaramente se gli input non presentassero errori di stima, il processo di ottimizzazione media-varianza garantirebbe che il portafoglio ottimo calcolato sia quello ottimo di mercato, purtroppo però, realisticamente gli input non possono non avere errori di stima dato che questi si riferiscono a calcoli statistici di cui è impossibile conoscerne il valore reale ex-ante, altrimenti si potrebbero calcolare con precisione i movimenti futuri di quel determinano asset. Il valore reale della varianza e della covarianza e del rendimento sono osservabili solamente ex-post, quindi un analista per inserirlo come input nella procedura dovrà calcolarlo, avendo come risultato delle stime che si distribuiranno come delle variabili casuali. Il calcolo stimato di tutti gli input necessari al processo di ottimizzazione media-varianza, cadrà in un intervallo di confidenza che rappresenta la probabilità che il valore calcolato si avvicini al valore corretto. Quindi se gli input del processo, da cui deriva la frontiera efficiente, hanno un intervallo di confidenza, anche la frontiera stessa calcolata ex-ante avrà uno spazio di tolleranza definito da una banda inferiore e da una superiore rispetto alla frontiera efficiente risultante dal processo di ottimizzazione che quindi cadrà in mezzo a queste due bande; non è possibile allora essere certi che la frontiera risultante dalle stime sia quella reale e la probabilità che le frontiere si avvicinino andando sempre più a diminuire la banda di tolleranza dipende dall'intervallo di confidenza degli input del processo. La Figura 1.3. mostra quanto appena descritto.