

LO SCRIGNO DI PROMETEO

COLLANA DI DIDATTICA, DIVULGAZIONE E STORIA DELLA FISICA

Direttore

Ettore GADIOLI
Università degli Studi di Milano

Comitato scientifico

Sigfrido BOFFI
Università degli Studi di Pavia

Giovanni FIORENTINI
Università degli Studi di Ferrara

Marco Alessandro Luigi GILIBERTI
Università degli Studi di Milano

Fernando PALOMBO
Università degli Studi di Milano

Francesco PRIMICERI
Liceo Scientifico "Giulio Cesare Vanini"

LO SCRIGNO DI PROMETEO

COLLANA DI DIDATTICA, DIVULGAZIONE E STORIA DELLA FISICA



La conoscenza completa delle leggi fisiche è la meta più alta a cui possa aspirare un fisico, sia che essa abbia uno scopo puramente utilitario... sia che egli vi cerchi la soddisfazione di un profondo bisogno di sapere e la solida base per la sua intuizione della natura.

Max PLANCK

La Fisica ha come scopo capire il rapporto tra l'uomo e la natura, non solo da un punto di vista scientifico, ma anche filosofico, e ha cambiato in modo irreversibile la nostra vita tramite le sue ricadute tecnologiche.

La spiegazione e la divulgazione dei concetti che stanno alla sua base, dati quasi per scontati, ma lungi dall'essere noti o compresi da molti, e l'evoluzione delle tecniche sperimentali, che hanno permesso di scoprire le leggi che regolano i fenomeni naturali e delle teorie via via elaborate, sono perciò argomenti di studio e riflessione di rilevanza primaria.

Questa collana si rivolge a chi abbia desiderio di approfondire o discutere questi temi ed è aperta a chi voglia collaborarvi con contributi originali.

Ettore Gadioli

Heisenberg





Aracne editrice

www.aracneeditrice.it

Copyright © MMXXI
Giacchino Onorati editore S.r.l. – unipersonale

www.giacchinoonoratieditore.it
info@giacchinoonoratieditore.it

via Vittorio Veneto, 20
00020 Canterano (RM)
(06) 45551463

ISBN 978-88-255-3705-5

*I diritti di traduzione, di memorizzazione elettronica,
di riproduzione e di adattamento anche parziale,
con qualsiasi mezzo, sono riservati per tutti i Paesi.*

*Non sono assolutamente consentite le fotocopie
senza il permesso scritto dell'Editore.*

I edizione: gennaio 2021

Alla mia famiglia che mi ha reso felice

Indice

- 11 *Prefazione*
- 15 *Capitolo I*
L'inizio
- 43 *Capitolo II*
La costruzione della bomba atomica
2.1. La scoperta della fissione, 43 – 2.2. Il Progetto Manhattan, 57.
- 75 *Capitolo III*
L'utilizzo della bombe atomiche
3.1. Trinity, 75 – 3.2. La decisione di bombardare il Giappone, Hiroshima e Nagasaki, 82 – 3.3. Gli esperimenti “medici” negli Stati Uniti, 93.
- 99 *Capitolo IV*
Il programma nucleare tedesco
- 113 *Capitolo V*
Il “processo” a Heisenberg
5.1. Copenhagen, 114 – 5.2. Alsos, 133 – 5.3. Farm Hall, 145 – 5.4. Altre critiche ad Heisenberg, 165.
- 187 *Capitolo VI*
Etica e politica
6.1. Rapporto Franck, 187 – 6.2. Memorandum (petizione) Szilard, 191 – 6.3. Il comitato *ad interim*, 197 – 6.4. I colloqui di Bohr con Roosevelt e Churchill, 200.

- 211 Capitolo VII
 Gli anni dopo la guerra
 7.1. Il ritorno in Germania, 211 – 7.2. L'attività accademica, 216 – 7.3. Il
 lavoro scientifico, 217 – 7.4. Attività "politica", 224 – 7.5. Gli ultimi
 anni, 229.
- 233 Appendice
 Wolfgang Pauli e Werner Heisenberg
- 243 *Indice degli autori*

Prefazione

Werner Heisenberg è uno dei maggiori fisici del 900. Tra il 1922, quando era ancora uno studente e l'inizio della seconda guerra mondiale non vi fu problema nell'ambito della Meccanica Quantistica alla cui soluzione non abbia dato un sostanziale contributo. La sua fama era leggendaria. Come scrisse nel 1976 Eugene Wigner un altro grandissimo fisico nel suo elogio funebre « Non vi è stato nessun fisico teorico ancora in vita che abbia contribuito al nostro campo di studi più di quanto abbia fatto lui. Nello stesso tempo era del tutto privo di alterigia ed era una compagnia piacevole »¹. Nel giugno del 1968 al *Simposio sulla Fisica Contemporanea* a Trieste², nel presentare una conferenza serale di Heisenberg, Dirac, un'altra figura leggendaria della Fisica del 900, disse di lui « Io ho le migliori ragioni per ammirare Heisenberg. Lui ed io eravamo studenti di ricerca molto giovani, pressappoco della stessa età, che lavoravano su uno stesso problema. Heisenberg riuscì dove io fallii. A quel tempo era stata scoperta una gran massa di dati spettroscopici e Heisenberg trovò il modo corretto di interpretarli. Così facendo dette inizio all'età d'oro della Fisica Teorica, e per alcuni anni dopo di allora fu facile per ogni studente di seconda classe fare un lavoro di prima classe ».

Nel 1939 Heisenberg tenne una serie di Conferenze in America. Come si sa il primo settembre di quell'anno la Germania di Hitler invase la Polonia dando inizio alla seconda guerra mondiale. In occasione della visita di Heisenberg in America la folle politica di Hitler si era già manifestata in tutta la sua inaccettabile violenza, con la Notte dei lunghi coltelli (30 giugno 1934), le leggi di Norimberga contro gli ebrei (15 settembre 1935), l'annessione dell'Austria al Reich (13 marzo 1938), le distruzioni delle Sinagoghe di Monaco e Norimberga e la Notte

1. Eugene Paul Wigner, in *Historical, Philosophical, and Socio-Political Papers*, Vol. VII *Collected Works of Eugene Paul Wigner*, Springer, 2001.

2. *Contemporary Physics: Trieste Symposium 1968*, 2 Vols., International Atomic Energy Agency, 1969.

dei Cristalli (giugno–novembre 1938), l'annessione dei Sudeti con la complice e vile acquiescenza del Regno Unito, Francia e Italia nella Conferenza di Monaco (30 settembre 1938).

Numerose e importanti Università Americane offrirono ad Heisenberg di entrare a far parte del loro Corpo Accademico e numerosi colleghi gli chiesero di lasciare la Germania. Heisenberg rifiutò e non perché fosse nazista o un simpatizzante nazista. Come vedremo più avanti aveva subito ripetuti e umilianti persecuzioni da parte di colleghi come Lenard e Stark che lo erano e Sommerfeld, il suo maestro e uno dei più importanti scienziati tedeschi non riuscì a ottenere che lui, il suo più grande allievo, gli succedesse alla Cattedra di Fisica Teorica di Monaco proprio perché era invisibile ai nazisti. Heisenberg rifiutò per un senso di dovere nei confronti della Germania, i cui valori non potevano essere confusi col nazismo, dei suoi allievi e colleghi più giovani, della sua famiglia, del desiderio di contribuire a salvare la scienza tedesca e contribuire alla sua rinascita dopo la guerra. In questa scelta fu confortato dalla solidarietà di Max Planck. Tutto questo non gli risparmiò l'accusa poi dimostratasi ampiamente falsa di essere stato un nazista (tra l'altro non fu mai iscritto al partito nazista, cosa che in quel periodo storico, in Germania, comportava un notevole coraggio).

Quando dopo la guerra tutto quanto si era detto di infamante su di lui si dimostrò falso fu da molti definito comunque un nazionalista senza capacità di giudizio e solo la solidarietà della classe dirigente della nuova Germania gli permise di mantenere il suo status di grande e rispettato scienziato.

Konrad Bleuler, indimenticabile amico e importante scienziato, svizzero come diceva con orgoglio, che fu assistente di Wolfgang Pauli e conobbe bene Heisenberg, mi diceva con commozione quanto Heisenberg soffrì in silenzio e con grande dignità per queste accuse e per questo atteggiamento che non si può non definire persecutorio. Per capire le angosce di Heisenberg basta confrontare una sua fotografia antecedente la guerra con una di quelle fattegli negli anni cinquanta.

Questo libro non intende essere una biografia di questo straordinario scienziato, ma desidera spiegare quale fu a mio parere la causa di tutto questo: il senso di colpa degli scienziati che collaborarono alla costruzione della bomba atomica che dissero, a loro discolpa, di averlo

fatto per timore che la realizzassero gli scienziati tedeschi guidati da Heisenberg. Quando a guerra quasi finita si resero conto che gli scienziati tedeschi non avevano neanche lontanamente creato le premesse per la costruzione di queste inaccettabili armi, la maggioranza di essi non riconobbe il suo errore di valutazione, ma sostenne più o meno apertamente che questo era successo solo perché Heisenberg tutto sommato non era poi così bravo come avevano temuto e che in realtà era molto meno brillante di loro.

Di questo si parlerà diffusamente più avanti; qui mi basti ricordare che Heisenberg, più volte, affermò con grande onestà che, per quanto lo riguardava, il non aver partecipato alla costruzione di una bomba atomica non avvenne né per l'incapacità di risolvere le difficoltà teoriche e tecniche connesse alla sua costruzione, né per una scelta etica che avrebbe comunque messo a grave rischio lui stesso, la sua famiglia, i suoi collaboratori, e che gli venne risparmiata per aver chiaramente capito che lo sviluppo della bomba non sarebbe stato possibile alla Germania in tempo di guerra a causa della limitata estensione del suo territorio, soggetto a continui e devastanti bombardamenti, delle insufficienti risorse necessarie e del tempo richiesto, mentre fu possibile agli Stati Uniti non solo per il grandissimo numero di scienziati di primo piano che vi contribuirono³, ma per aver potuto distribuire i diversi laboratori in luoghi segreti su un territorio di milioni di chilometri quadrati che durante la guerra non subì un solo bombardamento e per l'ingentissimo impegno finanziario e strutturale cui contribuirono in modo determinante grandi società private.

La vicenda di Heisenberg richiede anzitutto di capire chi fosse e quanto contribuì alle nostre conoscenze; quanto si sapeva sull'energia atomica nel 1939; quali furono le ricerche che si fecero negli Stati Uniti, l'Inghilterra e la Germania tra il 1939 e il 1945 in questo ambito e in particolare il ruolo di Heisenberg; le conseguenze della costruzione

3. Chiunque abbia svolto o svolga un'attività di ricerca riconosce il fondamentale contributo al risultato finale dovuto all'effetto di "risonanza" che deriva dallo scambio di idee tra scienziati e tecnici di competenze diverse e complementari. Questo fu possibile nell'ambito del Progetto Manhattan per il grande numero di scienziati e tecnici coinvolti alcuni dei quali provenienti dalla stessa Germania oltre che dall'Inghilterra, la Danimarca, l'Italia, la Francia e il Canada. Per l'Italia in particolare Fermi e Segré. In Germania il nazismo non solo aveva devastato in senso morale e materiale la Nazione, ma aveva distrutto le Università costringendo a fuggire una parte consistente di scienziati di origine ebraica che ne costituivano una parte importante.

delle bombe atomiche con i bombardamenti di Hiroshima e Nagasaki; le ragioni e l'irragionevolezza dell'odio che un buon numero di scienziati nutrì nei suoi confronti; il rifiuto della maggior parte degli scienziati che hanno collaborato alla costruzione della bomba atomica di porre in discussione le basi etiche di quanto avevano fatto.

Mi auguro di riuscire a farlo in questo libro in cui, pur sostenendo chiaramente una tesi, ho cercato di essere il più obbiettivo possibile e di non dire nulla che non si possa dimostrare che è vero. Per perseguire questo scopo ho fatto numerose citazioni da documenti ufficiali, libri, e in un caso da un'opera d'arte, il dramma *Copenhagen* di Michael Frayn. Questo perché in un testo come questo è necessario che un'opinione a sostegno di quanto si scrive o che si voglia criticare non deve essere equivocata con una rielaborazione o un riassunto. Ho sempre citato con accuratezza le fonti e resta inteso che chi voglia approfondire questi argomenti deve consultare le opere originali.

Desidero infine ringraziare mia moglie Enrica e i colleghi e amici Sigfrido Boffi, Mauro Giannini, Marco Giliberti, Ludovico Lanz, Fernando Palombo, Guido Parravicini ed Erasmo Recami per la lettura accurata del mio testo originale, aver corretto alcuni errori e dato suggerimenti che lo hanno notevolmente migliorato.

L'inizio

Tutto inizia col viaggio di Heisenberg in America nel 1939. Heisenberg a 38 anni era una figura leggendaria nel mondo della Fisica. Era nato in una famiglia imbevuta di cultura, in cui il padre, professore di Filologia Bizantina all'Università di Monaco, fu per lui stimolo a cercare sempre di eccellere in quanto faceva. La competizione col fratello maggiore Erwin, di circa un anno e mezzo più grande, fu importante nell'indurlo a dominare l'innata irruenza e cercare sempre di appianare ogni potenziale conflitto con una pacata discussione. Gli anni tumultuosi e difficili attraversati dalla Germania nei primi anni del 900 e le esperienze che ne derivarono, ne forgiarono il carattere facendogli capire l'inutilità di base di ogni guerra e il dolore inaccettabile che ne deriva.

I suoi interessi spaziavano dalla filosofia, alla musica e alla scienza ed eccelleva in tutte queste diverse discipline. Al momento di scegliere quale carriera intraprendere era incerto se fare il concertista o lo scienziato. Nel suo libro autobiografico *Der Teil und das Ganze* (traduzione italiana: "Fisica e Oltre"¹) vi è un passaggio, che considero importante per capire la sua scelta. Dopo un'esecuzione del trio Op. 99 di Schubert, la madre del violoncellista, nel complimentarsi con lui, gli chiese perché non volesse intraprendere la carriera di musicista anziché dedicarsi alla scienza e Heisenberg rispose che la questione era in quale campo potesse maggiormente contribuire. La scelta di dedicarsi alla scienza era dovuta al fatto che in questo campo

erano messe in discussione le basi filosofiche stesse della scienza, la struttura dello spazio e del tempo e persino la validità delle leggi causali. . . ci vorranno probabilmente molte generazioni di fisici per scoprire le risposte finali a queste problematiche. . . e debbo confessare sono altamente tentato di contribuire a tutto questo.

1. Bollati e Boringhieri, 2013.

Ebbe la grande fortuna di avere come insegnante a Monaco, un grande scienziato e didatta come Arnold Sommerfeld, che oltre che grande fisico era un grande matematico. Benché il principale interesse di Heisenberg fosse la Fisica Atomica, Sommerfeld voleva che i suoi studenti avessero una preparazione di base che coprisse tutti i settori della Fisica. Non è un caso che la dissertazione per ottenere il diploma di laurea di Heisenberg vertesse su un problema di idrodinamica.

La regola di Sommerfeld era che dopo la Laurea il Dottorato dovesse svolgersi presso una diversa Università e Heisenberg decise di farlo a Gottinga con Max Born².

I primi lavori di Heisenberg riguardarono oltre all'idrodinamica, la cosiddetta Vecchia Meccanica Quantistica in cui vi era una mescolanza confusa tra concetti classici e leggi quantistiche *ad hoc*. Forse il più notevole tra questi lavori fu quello, presentato per ottenere l'Abilitazione a insegnare presso l'Università di Gottinga, in cui, ancor prima che venisse scoperto lo spin dell'elettrone, suggeriva che in ogni stato atomico il numero quantico corrispondente al momento angolare di un elettrone non dovesse essere L , ma $L \pm 1/2^3$.

All'inizio del 1925 Heisenberg si era convinto che il punto debole nella teoria atomica di Bohr-Sommerfeld fosse il fare ricorso a qualcosa di non misurabile quale il moto dell'elettrone dentro l'atomo. Alla base della teoria vi dovevano essere solo quantità osservabili. Le prime fra queste erano le frequenze emesse e assorbite dagli atomi, in secondo luogo l'insieme di stati eccitati che caratterizzano un atomo. Decise perciò di non fare alcuna ipotesi sulla dettagliata struttura dell'atomo e, seguendo l'esempio di Planck nella teoria del corpo nero fece ricorso a un modello puramente matematico, un insieme di oscillatori che potevano emettere e assorbire le frequenze misurate. Cominciò col

2. La presentazione che segue sui lavori più importanti di Heisenberg è una personale rielaborazione della Biographical Memoir scritta da Neville Mott e Rudolf Peierls in occasione della morte di Heisenberg (<http://rsbm.royalsocietypublishing.org/> on February 21, 2017). In particolare mi limiterò a ricordare i suoi lavori più importanti non citando altri lavori che sarebbero comunque un vanto per molti altri scienziati anche di grande valore. Per la presentazione discorsiva del lavoro sulla Meccanica delle Matrici mi sono riferito al libro di G. GAMOW, *Trent'anni che sconvolsero la Fisica*, Zanichelli Editore, Bologna 1966.

3. «Z. Phys.», 26, 291, 1924. Questa conclusione era già stata raggiunta da Heisenberg alcuni anni prima, quando ancora studiava con Sommerfeld, ritenendola necessaria per spiegare l'Effetto Zeeman Anomalo (cf. S. BRANDT, *The harvest of a century*, Oxford University Press 2009).

costruire una tabella, oggi diciamo una matrice, in cui elencò tutte le possibili frequenze che il sistema avrebbe potuto emettere o assorbire. Una tabella e non una lista perché queste frequenze dovevano essere caratterizzate da due indici corrispondenti ai due stati m ed n connessi tramite l'emissione o l'assorbimento di una radiazione elettromagnetica di frequenza $\nu_{m,n}$. La seconda importante assunzione fu che anche le quantità meccaniche da cui dipendono le proprietà di un oscillatore, la posizione q e il momento p della particella oscillante, dovevano avere valori $q_{m,n}$ e $p_{m,n}$ caratterizzati da due indici. Quindi matematicamente non erano rappresentabili con numeri, ma da matrici. Heisenberg quando giunse a queste conclusioni non conosceva il calcolo matriciale, ma fu comunque capace, utilizzando il principio di corrispondenza e dimostrando la conservazione dell'energia, di dedurre correttamente le regole che permettevano di calcolare le ampiezze di transizione tra i diversi stati energetici del sistema di oscillatori⁴. Un punto essenziale nella sua procedura matematica fu assumere che il prodotto di due quantità indicizzate fosse dato da quella che definì "l'assunzione più semplice e naturale":

$$c_{m,n} = \sum_l a_{m,l} b_{l,n}$$

Il suo lavoro venne immediatamente inquadrato in un formalismo matematico rigoroso da Born e Jordan⁵. Il punto sostanziale di questa teoria è che il prodotto di due matrici come \mathbf{q} e \mathbf{p} , \mathbf{qp} , è diverso da \mathbf{pq} e la regola di quantizzazione che permette il corretto calcolo delle frequenze di transizione e le intensità delle corrispondenti righe spettrali è

$$\mathbf{pq} - \mathbf{qp} = \frac{h}{2\pi i} \mathbf{I},$$

dove h è la costante di Planck, i l'unità immaginaria e \mathbf{I} la matrice unità (una matrice quadrata in cui gli elementi della diagonale sono uguali a 1, mentre tutti gli altri elementi sono nulli).

Con queste regole era possibile descrivere in linea di principio ogni possibile fenomeno atomico. In linea di principio perché nella pratica il calcolo richiede molta abilità per risolvere le equazioni che

4. «Z. Phys.», 33, 879, 1925.

5. «Z. Phys.», 35, 557, 1926 (con M. Born e P. Jordan).

ne derivano che spesso non sono di facile soluzione. In effetti, fu Pauli nel 1926 il primo a risolvere le equazioni matriciali per l'atomo di idrogeno e mostrare che la sequenza di stati che ne deriva riproduce esattamente la formula di Balmer e spiega in modo rigoroso l'insieme dei numeri quantici che li caratterizzano.

L'impatto che questi lavori ebbero sulla comunità scientifica fu enorme. Apparve chiaro che eliminavano tutte quelle regole ad hoc che si dovevano introdurre nella vecchia meccanica quantistica rendendola internamente inconsistente. Fra gli altri ne fu particolarmente entusiasta Dirac che sviluppò un formalismo alternativo, ma equivalente a quello sviluppato da Heisenberg, Born e Jordan, noto come teoria delle trasformazioni.

Contemporaneamente al lavoro di Heisenberg, Schrödinger propose la sua famosa equazione che, utilizzando un formalismo matematico più usuale, permette a sua volta di descrivere i sistemi atomici in un approccio non relativistico. Le due teorie sono equivalenti come dimostrò lo stesso Schrödinger, ma proprio per la sua maggior semplicità matematica, la sua equazione venne e viene utilizzata molto più frequentemente della meccanica delle matrici⁶.

L'equazione di Schrödinger è l'elaborazione matematica della relazione di De Broglie che associa ad ogni particella, sia essa priva di massa come un fotone o dotata di massa come un elettrone, una lunghezza d'onda legata al suo momento (quantità di moto), p , dalla relazione $\lambda = h/p$. È facile mostrare che la condizione di quantizzazione del momento angolare nella teoria atomica di Bohr equivale ad assumere che le orbite circolari permesse all'elettrone sono quelle per cui $2\pi r = n\lambda$ e quindi corrispondono a onde stazionarie di De Broglie. L'equazione di Schrödinger è una generalizzazione matematica più completa di questa corrispondenza e porta ad associare all'elettrone una funzione d'onda $\psi(\mathbf{r})$ che ne descrive completamente lo stato permettendo di spiegare in una rigorosa deduzione matematica i valori permessi per l'energia, il momento angolare, la proiezione del momento angolare in una direzione data, l'insieme dei numeri quantici che erano stati ottenuti in modo artificioso nella teoria di

6. In effetti Hilbert, a cui i fisici di Gottinga si erano rivolti per avere consiglio, aveva detto che l'uso delle matrici era un metodo per trattare certi aspetti formali che si sarebbero potuti risolvere con opportune equazioni differenziali, come appunto l'equazione di Schrödinger (W.H. CROPPER, *Great Physicists*, Oxford University Press, Oxford 2001).

Bohr–Sommerfeld. Si ebbero così due formulazioni equivalenti della Meccanica Quantistica che vanno sotto il nome di Meccanica delle Matrici e Meccanica Ondulatoria.

Heisenberg capì subito i vantaggi formali che derivavano dall'utilizzo della Meccanica Ondulatoria e non esitò ad utilizzarla, pur rifiutando decisamente l'interpretazione della funzione d'onda che ne diede Schrödinger secondo cui non si doveva più considerare l'elettrone come una particella, ma come una distribuzione continua di materia la cui densità in un determinato punto dello spazio era data dal quadrato del modulo della sua funzione d'onda $|\psi(\mathbf{r})|^2$. La corretta interpretazione del significato della funzione d'onda fu data un anno dopo da Born che capì che $|\psi(\mathbf{r})|^2$ andava interpretato come la densità di probabilità di trovare l'elettrone nel punto \mathbf{r} .

Un altro fondamentale contributo di Heisenberg riguardò lo studio dei sistemi di più particelle, il più semplice dei quali era costituito dall'atomo di elio con due elettroni il cui spettro mostrava una sequenza di stati molto ravvicinati e due serie di righe distinte che non si riuscivano a interpretare⁷.

Gli esperimenti di Stern e Gerlach sulla deflessione in un campo magnetico di fasci di atomi costituiti da una shell (guscio) di elettroni di momento angolare totale nullo più un elettrone spaiato avevano portato a capire che l'elettrone ha un momento angolare o intrinseco s di modulo $1/2\hbar$ ⁸ che si somma al suo momento angolare L . Il suo momento angolare totale in unità di \hbar è quindi uguale a $L \pm 1/2$, come Heisenberg aveva proposto, su basi puramente empiriche, nel primo lavoro che abbiamo citato.

Nel caso dell'elio Heisenberg capì che le due sequenze di stati e le corrispondenti serie spettrali erano da attribuire a stati in cui rispettivamente gli spin dei due elettroni erano paralleli (ortoelio) e antiparalleli (paraelio). Questi stati non si mescolano tra loro e quindi originano serie di decadimenti separati a cui corrispondono righe spettrali diverse anche se di lunghezza d'onda molto vicina⁹.

7. In Fisica Atomica si indica col nome di *spettro* l'insieme delle radiazioni elettromagnetiche che un atomo emette quando, dopo esser stato eccitato torna allo stato di energia più bassa. Le singole radiazioni osservate con uno spettrometro in cui la luce incidente viene delimitata da una stretta fenditura appaiono come righe di una definita lunghezza d'onda.

8. \hbar è la costante ridotta di Planck uguale a $h/2\pi$.

9. «Z. Phys.», 39, 499, 1926.

Quando si considera lo spin \mathbf{s} , che è una quantità indipendente da \mathbf{r} , la funzione d'onda di un sistema di particelle è data dal prodotto di due funzioni o componenti, una dipendente dallo spin e una dipendente dalle coordinate spaziali. Nel caso dell'elio avremo così che la funzione d'onda è data da $\psi(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \zeta(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2)\phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$. Nel caso dell'ortoelio indichiamo la componente di spin con $\zeta(\uparrow\uparrow)$ che mostra come non cambi in nulla se scambiamo tra loro lo spin dei due elettroni. Nel caso del paraelio lo scambio degli spin modifica invece la componente di spin che varia da $\frac{1}{\sqrt{2}}[\zeta(\uparrow\downarrow) - \zeta(\downarrow\uparrow)]$ a $\frac{1}{\sqrt{2}}[\zeta(\downarrow\uparrow) - \zeta(\uparrow\downarrow)]$. Il valore assoluto rimane lo stesso, ma cambia il segno della funzione. Nel caso dell'ortoelio diremo che la componente di spin è simmetrica, nel caso del paraelio antisimmetrica. Heisenberg riuscì a calcolare con una teoria perturbativa le piccole differenze tra gli stati dell'ortoelio e del paraelio e la considerazione della simmetria della funzione d'onda complessiva lo portò a dimostrare che in un sistema di fermioni identici, come sono gli elettroni, la funzione d'onda totale deve essere antisimmetrica, cambiare cioè di segno per lo scambio completo di due di essi (coordinate spaziali e di spin) e questo è equivalente ad affermare che per questo sistema vale il principio di esclusione di Pauli (se vi fossero due fermioni con lo stesso insieme dei numeri quantici, il loro scambio non cambierebbe nulla e la funzione d'onda sarebbe quindi simmetrica).

In un successivo lavoro Heisenberg mostrò che stesso fenomeno si ritrova nel caso di una molecola diatomica come quella dell'idrogeno che ha due diversi stati in cui gli spin dei suoi due protoni sono paralleli (ortoidrogeno) e antiparalleli (paraoidrogeno)¹⁰. Questi due stati sono indicati col nome di forme allotropiche dell'idrogeno e hanno proprietà fisiche molto diverse che permettono di capire in fisica molecolare l'alternanza, fino a quel momento non spiegata, nelle intensità delle loro bande rotazionali¹¹ e in fisica nucleare determinare la lunghezza di scattering nell'interazione tra neutrone e protone¹².

10. «Z. Phys.», 41, 239, 1927.

11. Nell'idrogeno il rapporto tra molecole di ortoidrogeno e paraoidrogeno è di 3:1 e corrispondentemente le intensità delle corrispondenti linee di banda sta nello stesso rapporto. Un fenomeno analogo si incontra in tutte le molecole diatomiche che abbiano nuclei con spin diverso da zero e il rapporto tra l'intensità delle righe spettrali permette di determinarne il valore.

12. P.E. HODGSON, E. GADIOLI, E. GADIOLI ERBA, *Introductory Nuclear Physics*, Oxford Science Publications, Clarendon Press, Oxford 2000.