Aoi

Domenico Pagano

La matematica in mille voci

Aracne editrice

www.aracneeditrice.it

www.gioacchinoonoratieditore.it
info@gioacchinoonoratieditore.it

via Vittorio Veneto, 20
00020 Canterano (RM)
(06) 45551463

ISBN 978-88-255-3693-5

I edizione: dicembre 2020

A Tatiana, come sempre e per sempre

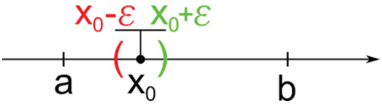
Indice

A

1) **Abel, teorema di**: particolare relazione, individuata dal matematico norvegese Niels H. Abel (1802–1829), che lega il limite di una serie di potenze (reale o complessa) con la somma dei suoi coefficienti.

2) **Abel–Ruffini, teorema di**: teorema provato per la prima volta dal matematico italiano Paolo Ruffini (1765–1822) nel 1799 e successivamente (1824) ridimostrato in modo più compiuto dal matematico norvegese Abel: afferma che non esiste una formula risolutiva generale (esprimibile tramite radicali) per le equazioni polinomiali di grado maggiore a quattro.

3) **Accumulazione, punto di**: sia $A \subseteq R$. Diciamo che $x_0 \in R$ e un punto di accumulazione per A se in ogni intorno di x_0 cade almeno un punto di A diverso da x_0.



4) **Acutangolo**: è così detto un triangolo che ha tutti gli angoli acuti. (vedi acuto)

5) **Acuto (angolo)**: è detto così un angolo la cui ampiezza è minore di un angolo retto (ossia < di 90°).

6) **Addendi**: le quantità che si sommano in un'addizione (vedi).

7) **Addizione**: operazione (indicata con il simbolo "+") che a partire da due o più numeri indicanti quantità omogenee (detti addendi o termini) dà come risultato (totale o somma) il numero costituito dalle unità del primo, del secondo e così via.

Formule di addizione: sono le seguenti formule goniometriche:

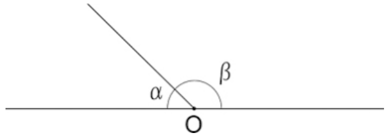
$$sin(\alpha + \beta) = sin\alpha cos\beta + cos\alpha sin\beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta}$$

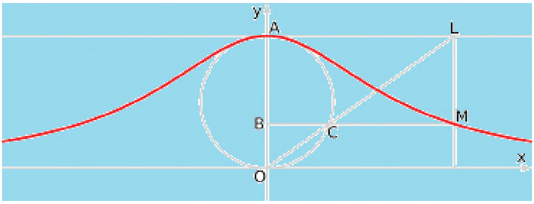
8) **Aderenza, punto di**: un punto di aderenza di un insieme A è un punto che appartiene ad A oppure è un punto di accumulazione (vedi) per A.

9) **Adiacente**: aggettivo utilizzato in geometria riguardo ad angoli, diedri e lati di un poligono (relativamente ad un suo angolo). In particolare, due angoli consecutivi sono adiacenti se i lati non comuni sono allineati, cioè se la loro somma è un angolo piatto (180°).



10) **Affinità**: è una corrispondenza biunivoca tra due piani o tra punti dello stesso piano che trasformi rette in rette conservando il parallelismo.

11) **Agnesi, versiera di**: curva algebrica piana del terzo ordine, descritta per la prima volta da Maria Gaetana Agnesi (1718–1799) in un trattato di calcolo infinitesimale. La sua equazione cartesiana è: $(a^2 + x^2)y = a^3$.



Versiera di Agnesi.

12) **Aleph, ℵ**: prima lettera dell'alfabeto ebraico. Munita di un pedice è usata per rappresentare i numeri transfiniti (vedi).

13) **Algebra** [dall'arabo *al–gabr*=completamento]: branca della matematica che tratta lo studio di equazioni e polinomi (algebra classica), ovvero di strutture algebriche e relazioni (algebra astratta o moderna). La parola deriva dal titolo di un'opera del matematico persiano Al–Khuwarizmi (ca. 780 d.C.–850 d.C.).

14) **Algebra booleana**: particolare algebra sviluppata nel XIX sec. dal matematico e logico britannico George Boole (1815–1864). Questi comprese che le operazioni che si fanno sulle proposizioni elementari con i connettivi logici (negazione, congiunzione, disgiunzione, implicazione ecc.) si possono realizzare attraverso operazioni algebriche. Così ad es. data una proposizione p, la negazione di p si può interpretare come la sottrazione 1–p. Infatti la negazione è un'operazione logica che applicata al numero 1 (verità) restituisce il numero 0 (falsità) e applicata al numero 0 (falsità) restituisce il numero 1 (verità). Per la congiunzione Boole utilizzò il prodotto di p*q e le quattro ipotesi della tavola di verità della congiunzione, che stabiliscono che la congiunzione di due verità è vera, e la congiunzione di un falso e qualsiasi altra cosa è falsa; esse vengono trasposte nelle quattro equazioni seguenti:

$$1 * 1 = 1 \text{ e } 1 * 0 = 0 * 1 = 0 * 0 = 0$$

La disgiunzione viene invece realizzata attraverso una particolare somma:

$$0 + 0 = 0 \text{ e } 1 + 0 = 0 + 1 = 1 + 1 = 1$$

Somma particolare perché come si può osservare $1 + 1 = 1$.

Negli anni '50 del secolo scorso il matematico ed informatico statunitense Claude Shannon (1916–2001) comprese che le leggi dell'algebra booleana potevano essere realizzate fisicamente attraverso circuiti elettrici. I numeri 1 e 0 possono essere interpretati non solo come proposizioni vere o false, ma anche come porte elettriche aperte o chiuse e l'aritmetica binaria (vedi binario, sistema) diventa un linguaggio in cui è possibile esprimere la logica dei calcolatori. Tutto questo fu il preludio alla nascita dei moderni computer (vedi anche Turing, macchina di).

15) **Algebra lineare**: branca della matematica che studia i vettori, le matrici, i sistemi lineari e gli spazi vettoriali.

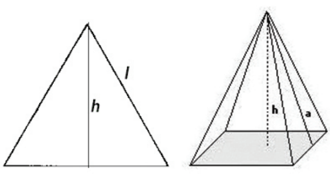
16) Algebra, teorema fondamentale del: detto anche teorema di D'Alembert, stabilisce che ogni equazione di grado n ammette sempre n radici nel campo complesso contate con le relative molteplicità.

17) Algebrico, numero: è un numero reale che è soluzione di un'equazione polinomiale a coefficienti interi o razionali. (Vedi anche trascendente, numero)

18) Algoritmo: procedimento matematico che consente la risoluzione di un problema mediante un numero finito di operazioni semplici. Il numero di queste indica la complessità dell'algoritmo. La parola deriva dal nome del matematico persiano Al–Khuwarizmi (ca. 780 d.C.–850 d.C.) autore di un grandissimo trattato di algebra.

19) Algoritmo euclideo: è un algoritmo per trovare il massimo comune divisore (vedi) tra due numeri interi. Dati due numeri interi non nulli: M.C.D.(a,b)=M.C.D.(b,r), essendo r il resto della divisione di a per b.

20) Altezza: segmento caratteristico di alcune forme geometriche. Ad esempio, nel triangolo si dice altezza il segmento di perpendicolare che unisce un vertice con il lato opposto. In una piramide (o un cono) retta è la distanza tra il centro della base e il vertice.



21) Amicabile: due numeri naturali n ed m sono amicabili se la somma dei divisori propri di uno (quindi escluso il numero stesso) è uguale all'altro e viceversa.

22) Ammortamento di un prestito: in matematica finanziaria, indica il rimborso graduale di un prestito. In tale ipotesi (generalmente più diffusa delle altre, in quanto più comoda per il debitore) si pagano periodicamente gli interessi (cd. *quota interesse*) e una parte del capitale (cd. *quota capitale*) . La somma di questi due addendi è detta *rata* d'ammortamento. Dopo il pagamento di ciascuna quota capitale si distingue tra *debito estinto* e *debito residuo*.

I principali metodi di ammortamento sono: l'ammortamento a quote capitale costanti (o ammortamento italiano); l'ammortamento a rate costanti (o progressivo o francese).

23) **Ampliamento (di un campo)**: un campo C' è un ampliamento del campo C, se C è un sottocampo di C'. Ad es., il campo dei numeri complessi è un ampliamento del campo dei numeri reali $\mathfrak{R}$.

24) **Analisi armonica (o analisi di Fourier)**: è la branca dell'analisi matematica che studia la rappresentazione delle funzioni come sovrapposizione di onde (cc.dd armoniche). (Vedi serie e trasformata di Fourier)

25) **Analisi funzionale**: è il settore dell'analisi matematica che si interessa dello studio di spazi di funzioni (ossia insiemi di funzioni che possono essere uno spazio topologico o uno spazio vettoriale o entrambe le cose).

26) **Analisi infinitesimale (o analisi matematica)**: branca della matematica i cui metodi e sviluppi sono fondati sull'operazione di passaggio al limite. Suoi iniziatori sono considerati nel XVII sec. I. Newton (1642–1726) e G.W. Leibniz (1646–1716), tra i quali sorse anche un'annosa e famosa disputa sulla priorità e paternità di tale innovativo strumento di calcolo. L'analisi infinitesimale tuttavia ha avuto il suo sviluppo solo in seguito alla definizione rigorosa del concetto di limite, da parte di Karl Weierstrass (1815–1897). L'analisi si suddivide in due branche principali: il calcolo differenziale (vedi) e il calcolo integrale (vedi), fondati rispettivamente sull'operazione di derivazione e di integrazione.

27) **Analisi numerica (o calcolo numerico)**: è una branca della matematica che si occupa di individuare, studiare e implementare algoritmi per la risoluzione approssimata di problemi matematici di varia natura; ad es. metodi per la risoluzione approssimata di equazioni. Tra i metodi per il calcolo approssimato di una soluzione di un'equazione della forma $f(x)=0$ si ricordano il *metodo delle tangenti* (di Newton), il metodo di bisezione (o di Bolzano), il metodo delle secanti.

N.b. le soluzioni di un'equazione della forma $f(x)=0$ sono dette anche *zeri*.

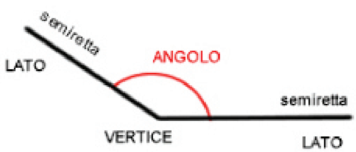
28) Analisi, teorema fondamentale del: vedi teorema di Torricelli–Barrow.

29) Anello: un anello è una struttura algebrica denotabile con una terna (A, +, ·) in cui A è un insieme (detto sostegno dell'anello) e i simboli + e · indicano due operazioni binarie definite su A e rispetto alle quali esso è chiuso; le due operazioni sono tali per cui la coppia (A, +) è un gruppo abeliano con elemento neutro 0 (detto gruppo additivo dell'anello) e la coppia (A, ·) è un semigruppo. È inoltre richiesto che la moltiplicazione sia distributiva rispetto alla somma.

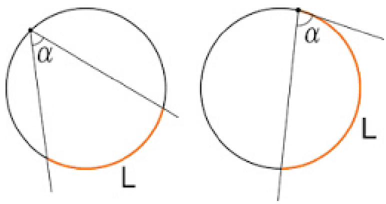
L'esempio tipico della struttura di anello è l'insieme dei numeri interi, dotato delle usuali operazioni di somma + e prodotto ·, ossia (Z, +, ·).

30) Anello di polinomi: in algebra astratta, l'anello dei polinomi costruiti a partire da un certo anello A è una struttura algebrica contenente tutte le espressioni polinomiali a coefficienti in A.

31) Angolo: porzione di piano compresa tra due semirette aventi origine comune.

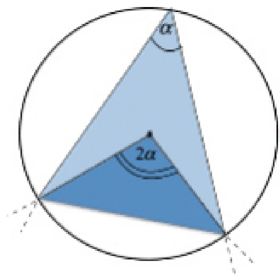


32) Angolo alla circonferenza e angolo al centro: un angolo alla circonferenza è un angolo avente il vertice sulla circonferenza e i lati entrambi secanti la circonferenza, oppure uno secante e un altro tangente alla circonferenza.



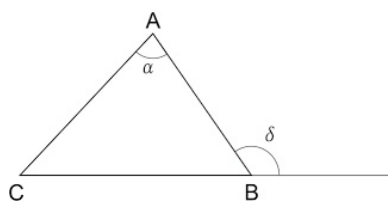
Dato un angolo alla circonferenza, si dice angolo al centro corrispondente l'angolo che ha il vertice nel centro della circonferenza e che sottende l'arco su cui insiste l'angolo alla circonferenza.

Teorema: ogni angolo alla circonferenza è congruente alla metà del corrispondente angolo al centro.



33) Angolo esterno (teoremi del): il primo teorema dell'angolo esterno afferma che in un triangolo qualunque ciascun angolo esterno è maggiore di ogni angolo interno ad esso non adiacente.

Il secondo teorema dell'angolo esterno afferma che in un triangolo qualunque ciascun angolo esterno è congruente alla somma degli altri due angoli interni ($\delta = \alpha + \gamma$).



34) Angoloide: parte di spazio delimitata da una piramide senza base, ossia indefinita.

35) **Annullamento del prodotto, legge di**: è una legge dell'algebra elementare che afferma che se due (o più) numeri reali (o quantità) danno prodotto zero allora almeno uno dei due fattori (o quantità) è zero.

36) **Anomalia**: dato un numero complesso scritto in forma trigonometrica $z = r[cos\theta + isin\theta]$, l'angolo θ è detto anomalia, mentre il numero r è detto modulo (del numero complesso).

37) **Aperto**: un intervallo si dice aperto se non contiene i suoi estremi.

38) **Apotema**: in un poligono regolare è il raggio della circonferenza inscritta in esso e rappresenta la distanza di ogni lato dal centro.

In una piramide, l'altezza di una delle facce laterali triangolari.

In un cono, il segmento che unisce il vertice e un punto qualsiasi della circonferenza di base.

In un poligono regolare il rapporto tra l'apotema e il lato è un valore costante detto *numero fisso* (f). L'area di un poligono regolare è data dal prodotto del semiperimetro per l'apotema.

39) **Applicazione lineare (o trasformazione lineare)**: detta anche omomorfismo di spazi vettoriali, è una applicazione $f : V \rightarrow$ W tra due spazi vettoriali V e W su un campo K, con le due seguenti proprietà:

- $f(v1 + v2) = f(v1) + f(v2)$, per ogni coppia di vettori v1, v2 appartenenti a V;
- $f(\lambda v) = \lambda f(v)$, per ogni scalare λ appartenente a K e per ogni vettore v appartenente a V.

40) **Archi associati**: in goniometria, si dicono associati due archi che hanno uguali, in modulo, le relative funzioni goniometriche: seno, coseno, tangente ecc.

41) **Archimedeo**: è una prerogativa del campo R dei numeri reali: infatti dati due numeri reali x e y, con x positivo, esiste sempre un multiplo nx di x che è maggiore di y (nx>y). Anche l'insieme dei segmenti di una retta è archimedeo.

42) **Archimede, postulato di**: postulato (o assioma) formulato dal grande matematico greco Archimede di Siracusa (287 a.C.–212 a.C.). Afferma che dati due numeri x,y reali positivi, con x < y, esiste un numero naturale n tale che $nx \geq y$. Un campo ordinato in cui vale questo assioma è detto archimedeo. David Hilbert (1862–1943) definisce il campo dei numeri reali come il "campo completo archimedeo".

43) **Arco**: è la parte di una curva regolare compresa fra due suoi punti.

44) **Arcocoseno** [simbolo *arccos* α o cos^{-1} α: è una funzione goniometrica inversa della funzione coseno e denotata con arccos(x). A partire da un valore noto del coseno, restituisce il valore di un angolo compreso tra 0 e π, espresso in radianti. Si ricorda che la funzione coseno non è invertibile, tuttavia lo diventa se si considera una restrizione del dominio. Per convenzione si preferisce restringere il dominio della funzione coseno nell'intervallo $[0, \pi]$. In questo intervallo la funzione è biiettiva (o biunivoca) e quindi invertibile.

45) **Arcocotangente**: è la funzione inversa della cotangente.

46) **Arco di curva (lunghezza di)**: si chiama lunghezza dell'arco di curva piana γ, il limite della lunghezza di una spezzata (vedi) inscritta quando le misure dei sui lati tendono a zero.

Si dimostra che la lunghezza l dell'arco di curva γ è data dalla formula:

$$l = \int_a^b \sqrt{1 + f'(x)^2 dx}$$

Se la curva è data invece con le sue equazioni parametriche x=x(t) e y=y(t), con t variabile nell'intervallo $[t_0, t_1]$, la lunghezza l dell'arco di è data dalla formula:

$$l = \int_{t0}^{t1} \sqrt{x'^2(t) + y'^2(t) dt}$$

Nel caso la curva γ si trovasse nello spazio tridimensionale (cioè fosse una curva in R^3) espressa da equazioni parametriche x=x(t), y=y(t) e z=z(t), con t variabile nell'intervallo $[t_0, t_1]$, la lunghezza l dell'arco di γ sarà data dalla formula:

$$l = \int_{t_0}^{t_1} \sqrt{x'^2(t) + y'^2(t) + z'^2(t)}dt$$

47) **Arcoseno** [simbolo *arcsin* α o *sin*$^{-1}$ α: è una funzione goniometrica inversa della funzione seno e denotata con arcsin(x). A partire da un valore noto del seno, restituisce il valore di un angolo compreso tra $-\pi/2$ e $\pi/2$, espresso in radianti.

Si ricorda che la funzione seno non è invertibile, tuttavia lo diventa se si considera una restrizione del dominio. Per convenzione si preferisce restringere il dominio della funzione seno nell'intervallo $[-\pi/2, \pi/2]$. In questo intervallo la funzione è biiettiva (o biunivoca) e quindi invertibile.

48) **Arcotangente** [simbolo *arctan* α o *tan*$^{-1}$ α: è la funzione inversa della funzione tangente.

49) **Area**: la misura della superficie occupata da una figura piana.

50) **Area di un triangolo qualsiasi** (**teorema**): in un triangolo qualsiasi l'area è data dal semiprodotto della lunghezza di due lati per il seno dell'angolo tra essi compreso.

51) **Areogramma** (**o diagramma a torta**): tipo di rappresentazione statistica in cui l'area totale di un cerchio esprime l'intensità o la frequenza totale, mentre i settori circolari esprimono, attraverso ampiezze proporzionali alle frequenze, l'intensità delle varie modalità del carattere.

52) **Argomento**: oggetto logico o numerico cui si applica un operatore funzionale. Ad es., in sen(x–1), x–1 è l'argomento. In log(7–x), 7–x è l'argomento.

53) **Aritmetica** [dal greco *aritmos*=numero]: branca della matematica riguardante lo studio dei numeri e le regole di calcolo.

54) **Aritmetica modulare**: parte della matematica che studia le proprietà e le operazioni delle classi modulari (vedi).

55) **Aritmetica, teorema fondamentale del**: sostiene che *ogni numero naturale (diverso da zero) si scrive in modo unico come prodotto di*

numeri primi. L'unicità della fattorizzazione consiste nel fatto che in due fattorizzazioni dello stesso numero compaiono gli stessi numeri primi, e ciascuno di essi compare lo stesso numero di volte.

56) **Armonica (media)**: vedi media armonica.

57) **Armonica (serie)**: la serie armonica è la sommatoria infinita delle frazioni unitarie o, equivalentemente, dei reciproci dei numeri naturali:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$$

Nel medioevo Nicole d'Oresme (1323–1382) dimostrò che la serie armonica è divergente, cioè tende a $+\infty$.

58) **Arrotondamento**: sostituzione di un numero con un altro numero che ne fornisce un valore approssimato.

59) **Ascissa**: rappresenta la distanza di un punto P del piano cartesiano dall'asse delle ordinate.

60) **Asintoto**: retta a cui una curva si avvicina indefinitamente, ovvero è una retta tangente ad una curva all'infinito.

61) **Asse (di un segmento)**: luogo dei punti equidistanti dagli estremi del segmento.

62) **Asse radicale**: la retta passante per i due punti di intersezione di due circonferenze.

63) **Asserzione (o asserto)**: affermazione risoluta di una tesi.

64) **Assioma (o postulato)**: in logica, proposizione autoevidente, che viene accettata senza dimostrazione e assunta tra i principi cardine di una teoria deduttiva.

65) **Assiomatico**: relativo ad un sistema di assiomi (vedi).

66) **Associativa (proprietà)**: proprietà dell'addizione e della moltiplicazione, per cui se sostituiamo due o più addendi (fattori) con la loro somma (prodotto) il risultato non cambia.

67) **Assolutamente convergente**: una serie numerica è detta assolutamente convergente se è convergente la serie che ha come termine generale il valore assoluto di a_n.

68) **Assoluto**: vedi valore assoluto.

69) **Assorbente**: è così detto lo 0 rispetto alla moltiplicazione.

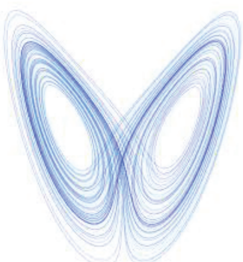
70) **Assunto**: ciò che si ritiene vero e si vuole dimostrare; sin. asserzione, tesi.

71) **Assunzione**: sinonimo di ipotesi (vedi teorema), premessa di un ragionamento.

72) **Assurdo (ragionamento per)**: in logica, tipo di dimostrazione indiretta, basata sul considerare momentaneamente falsa la tesi che si vuole dimostrare, e derivare da tale supposizione una contraddizione, per cui si deve concludere che la tesi non può essere falsa. È noto anche con la locuzione latina *reductio ad absurdum*.

73) **Asteroide**: curva piana, a forma di stella a 4 punte, la cui equazione cartesiana può mettersi sotto la forma: $x^{2/3} + y^{2/3} = r^{2/3}$.

74) **Attrattore**: in termini non formali, è un oggetto matematico rappresentativo del moto di un sistema caotico (vedi caos, teoria del). Un attrattore viene informalmente definito *strano* se la dinamica sull'attrattore è caotica. L'attrattore di Lorenz (1917–2008) è un esempio di attrattore strano.



Attrattore di Lorenz.