A08

Lauro Alberto Barbaresi

Le macchine idrauliche nell'antica Roma: la coclea

La discordanza tra lo scritto di Vitruvio
e i reperti archeologici

Aracne editrice

www.aracneeditrice.it
info@aracneeditrice.it

www.gioacchinoonoratieditore.it
info@gioacchinoonoratieditore.it

via Vittorio Veneto, 20
00020 Canterano (RM)
(06) 45551463

ISBN 978-88-255-3114-5

I edizione: marzo 2020

Ad Anita, Laura, Alessandro, Chiara e Francesca

I motti sulla scalinata dell'amato ed indimenticabile liceo Cavour di Roma:

Considerate la vostra semenza
Fatti non foste a viver come bruti
ma per seguir virtute e canoscenza.

DANTE ALIGHIERI, *La Divina Commedia*
(Inferno, Canto XXVI, vv, 118–120)

Tristo lo discepolo che non avanza lo suo maestro.

LEONARDO DA VINCI

Indice

Prologo

Già nel mio precedente libro *Progettazione ed evoluzione delle macchine nell'antica Roma. Macchine idrauliche operatrici* avevo messo in evidenza la discordanza esistente fra lo scritto di Vitruvio nel De Architettura ed i reperti archeologici rinvenuti nelle miniere iberiche.

In questa pubblicazione ho cercato di dare una spiegazione del perché, nel fondo delle miniere, non era possibile utilizzare una coclea con otto principi come indicato dallo scrittore, ma si è dovuto scendere necessariamente a due, massimo tre.

La macchina

1. L'intuizione di Archimede

Si prenda un tubicino di diametro ∅ e lo si avvolga ad elica attorno ad una trave cilindrica di diametro $2R_1$ in modo che la tangente all'elica di contatto formi un angolo φ con la generatrice parallela all'asse t–t della trave (v. Fig. 1–a).

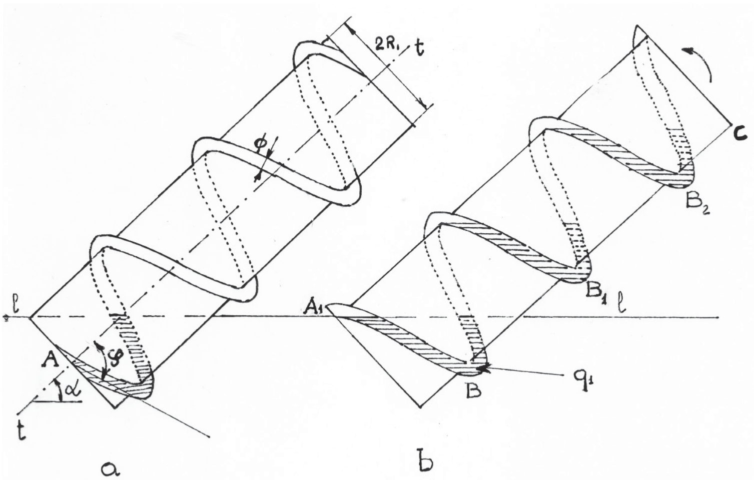


Figura 1. La vite di Archimede.

Si inclini l'assieme così ottenuto di un angolo $\alpha<\varphi$ [1] e se ne immerga in acqua l'estremità inferiore in modo che l'apertura A del tubicino si porti sotto il pelo libero. L'acqua entrerà all'interno del tubicino fino a raggiungere il livello esterno *l–l* della vasca (v. ancora Fig. 1–a).

1. α è l'angolo formato dall'asse t–t della trave con la sua proiezione sul piano orizzontale.

Se ora si fa ruotare l'assieme in senso contrario a quello di avvolgimento del tubicino, in modo che l'apertura A emergendo si porti in A_1 (v. Fig. 1–b), la quantità d'acqua indicata con q_1 rimarrà imprigionata all'interno del tubo.

Da questo momento in poi, continuando a far ruotare la trave, la quantità q_1 cadrà su se stessa verso il fondo gola B che per altro si va spostando verso l'alto in direzione BC assumendo successivamente le posizioni B_1, B_2, …, B_n.

Giro dopo giro dunque, l'acqua risalirà tutta la lunghezza della trave fino ad uscire dall'estremità superiore.

Se si mantiene l'asse in rotazione continua, q_1 rappresenta la quantità d'acqua che la macchina è in grado di sollevare ad ogni giro.

Il valore di q_1, come appare evidente anche dalla figura, dipende dai valori di R_1, α, φ e $\varnothing$ ed a parità degli altri parametri aumenta al diminuire della inclinazione α. Una stessa coclea pertanto, variando opportunamente l'inclinazione, può essere utilizzata per sollevare volumi elevati ad altezze di sollevamento ridotte o viceversa.

Se, anziché un solo tubo, se ne avvolgono N, il fenomeno si ripresenta identico per ciascuno di essi e l'acqua complessivamente sollevata ad ogni giro vale

$$q_t = N\ q_1$$

2. La coclea di Vitruvio

Ma al tempo di Archimede e nei secoli successivi, gli unici tubi conosciuti erano quelli in piombo (v. Fig. 2) impiegati negli impianti per la distribuzione dell'acqua ma non adatti per questa utilizzazone.

Pertanto, in pratica, i canali per la risalita dell'acqua furono sempre realizzati, come testimoniato da Vitruvio[2], avvolgendo vermi elicoidali attorno alla trave centrale:

> Esiste una macchina che utilizza il principio della vite e trasporta molta acqua ad un'altezza che però non raggiunge quella della ruota. La macchina si costruisce in questo modo. Si prende un trave lungo tanti piedi quanti sono i pollici del suo

2. Bibliografia [B_1]: Libro X, Cap. VI. Nel prosieguo la parola bibliografia verrà omessa. Il riferimento verrà semplicemente indicato col simbolo [B_n].

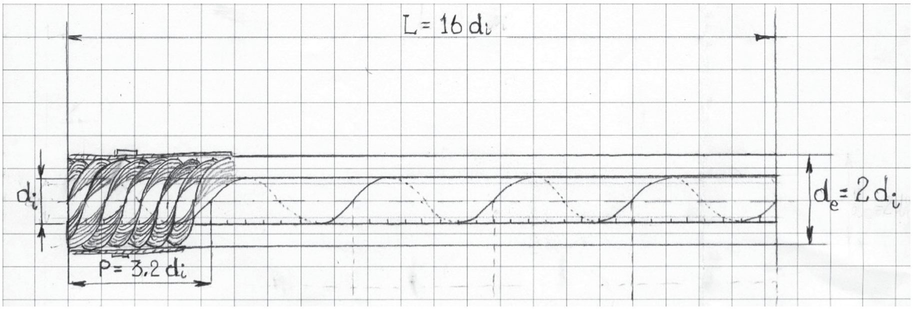
Figura 2. Bath. Terme romane del I° sec. d.C. Tubo in Pb per la distribuzione dell'acqua.

diametro[3] e lo si tornisce perfettamente cilindrico. Le due estremità circolari vengono divise in quattro o in otto parti, assicurandosi che, disposto il trave in posizione orizzontale, le linee tracciate sulle due sezioni di testa siano perfettamente allineate. Si divide quindi longitudinalmente il trave in parti lunghe un ottavo della circonferenza. Appoggiatolo su un piano, si tracciano tra le due estremità delle linee parallele. Si ottengono in tal modo delle aree delimitate da segmenti ed archi che hanno la stessa lunghezza. Si segnano quindi i punti di incontro delle parallele con le circonferenze. Marcati questi punti, si fissa sul primo punto di intersezione un rametto flessibile di salice o vetrice preventivamente immmerso in pece liquida. Da qui, proseguendo obliquamente, lo si fa passare per gli altri punti di intersezione delle linee diritte con quelle circolari, fino ad arrivare all'ottavo punto – che si troverà sulla stessa linea parallela passante per quello di partenza – avendo compiuto, tratto dopo tratto, un giro completo attorno al trave. Man mano, dunque, che procede obliquamente attraverso gli otto punti, il rametto si sposta anche in senso longitudinale, coprendo interamente un passo quando sarà arrivato all'ottavo punto. Con lo stesso metodo si procede con gli altri rametti dello stesso materiale attraverso tutti i punti di intersezione delle linee diritte con le circonferenze, iniziando dagli otto punti in cui è stata divisa la circonferenza di testa:

3. Poiché 1 piede = 4 palmi = 16 pollici = 29,6 cm (B_2, p. 106), la frase equivale a dire che la trave deve essere lunga 16 volte il suo diametro.

si ottengono così dei canali disposti a spirale che imitano la naturale struttura di una chiocciola. Sopra i primi rametti si fissano i successivi, sempre imbevuti di pece, disponendoli uno sopra l'altro, fino a raggiungere un diametro pari ad un ottavo della lunghezza. Sopra questi, tutto intorno, vengono fissate delle tavole a coprire la spirale. Anche le tavole vanno impeciate e serrate con lamine di ferro per impedirne il danneggiamento da parte dell'acqua. Anche i due estremi del trave devono essere avvolti con lamine di ferro. A destra ed a sinistra della coclea, da una parte e dall'altra di essa vengono disposte, altre travi con delle traverse inchiodate sopra di loro. Su queste si fissano dei supporti circolari di ferro entro i quali si infilano i perni della chiocciola che, azionata a piedi dagli addetti, è così in grado di ruotare.
La macchina va installata obliquamente con la pendenza derivante dal teorema di Pitagora relativo al triangolo rettangolo: si divide la lunghezza del trave in cinque parti e si pone l'estremità superiore ad una altezza pari a tre parti, così la distanza fra l'estremità inferiore e la perpendicolare che passa per l'altra ne misura quattro. Il procedimento è in ogni caso mostrato nella figura riportata alla fine del libro.[4]

In Fig. 3 è riportata l'interpretazione grafica del brano.



d_i = diametro della trave

L = lunghezza della trave = 16 d_i

$n = 5$ numero di rivoluzioni dell'elica lungo l'intera lunghezza della coclea $= \left| \frac{\mathbf{16\ d_i}}{\boldsymbol{\pi}\ \mathbf{d_i}} \right|_{\mathbf{intero}}$

p = passo dell'elica = $16d_i / 5 = 3{,}2d_i$

d_e = diametro esterno della coclea = 2 d_i

$d_e/L = 2d_i / 16d_i = 0{,}125$

Figura 3. La coclea secondo i parametri di Vitruvio.

4. Disegno mai rinvenuto.

Nel brano sopra riportato Vitruvio da per scontato che l'elica di avvolgimento sulla trave centrale debba essere inclinata di un angolo $\varphi = 45°$ ed espone un metodo pratico per la sua tracciatura commettendo però un piccolo errore.

La lunghezza della coclea indicata da Vitruvio ($16.d_i$) è superiore a quella corrispondente a 5 circonferenze del trave, si ha infatti:

$$\frac{\mathbf{16\ d_i}}{\boldsymbol{\pi}\ \mathbf{d_i}} = 5{,}09$$

Pertanto se, come afferma Vitruvio, su una trave di lunghezza $16\ d_i$ si fa in modo che «le linee tracciate sulle due testate si corrispondano esattamente», allora l'elica che ne deriva ha un passo leggermente superiore alla circonferenza del trave e più precisamente:

$$\text{passo elica} = \frac{\mathbf{16\ d_i}}{5} = 3{,}2\ d_i$$

Le 40 parti in cui dividere la lunghezza del trave non sono uguali ad 1/8 della circonferenza, ma leggermente superiori: ciascuna di esse sarà uguale a $3{,}2d_i/8 = 0{,}4\ d_i$ anziché $\pi d_i/8 = 0{,}393\ d_i$), e l'inclinazione dell'elica risulta essere:

$$\varphi_1 = 90° - \operatorname{arctg} \frac{\mathbf{3{,}2\ d_i}}{\boldsymbol{\pi}\ \mathbf{d_i}} = 90° - 45{,}528° = 44{,}472°$$

anziché 45°.

3. Il volume totale q_t sollevato ad ogni giro al variare del numero di principi N e dell'inclinazione α

Un altro aspetto che colpisce nel brano di Vitruvio, è la perentorietà con cui lo scrittore fissa in otto il numero dei principi.

Con il metodo da lui indicato per la tracciatura delle eliche, avrebbe potuto benissimo realizzare la coclea con due o quattro principi partendo da due posizioni diametralmente opposte o da quattro poste su due diametri tra loro ortogonali, eppure queste possibilità non sono minimamente prese in considerazione.

Probabilmente il numero indicato deriva da considerazioni puramente geometriche.

Vitruvio avrà sicuramente osservato che il volume totale q_t sollevato ad ogni giro aumenta con N.

Se q_1 è la quantità d'acqua che può essere sollevata per ogni giro da una coclea ad un sol principio (v. Fig. 4–a), detto volume diviene $2q_1$ con N = 2, $3q_1$ con N = 3, ecc (v. Fig. 4–b–c).

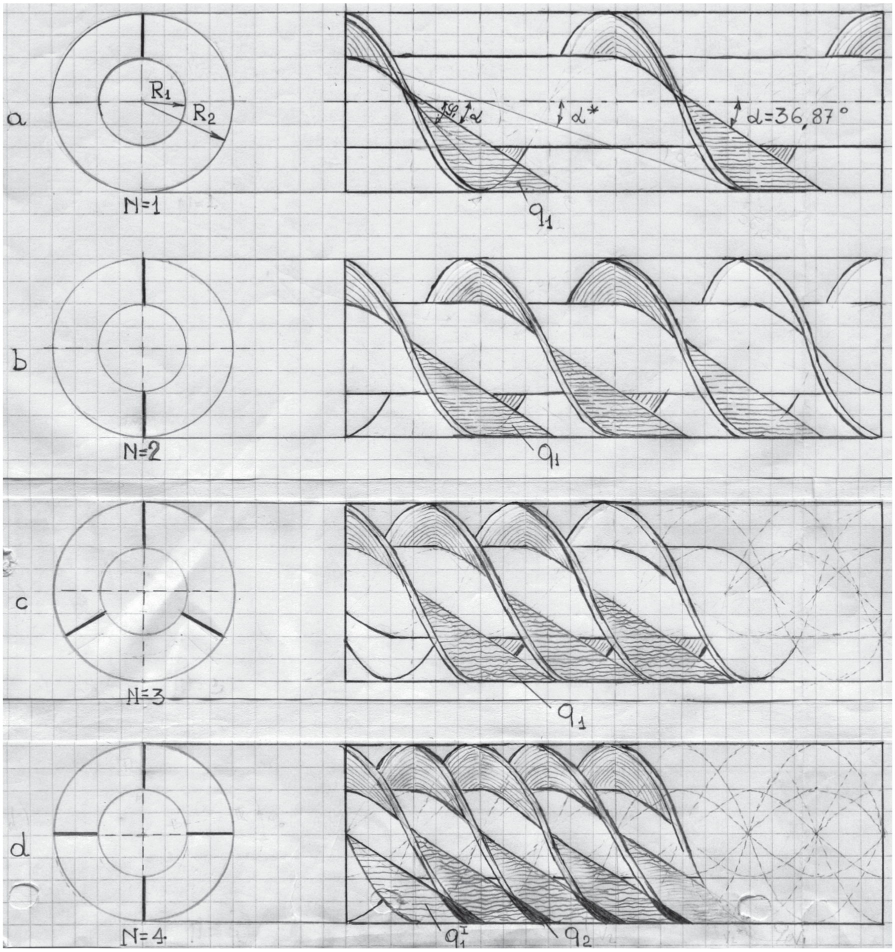


Figura 4. Coclee a più principi.

L'incremento si mantiene costante e lineare fino a quando non si verifica l'interferenza (v. Fig. 5), in tal caso infatti il volume totale sollevato si incrementa di un valore

$$q_1^I < q_1 = q_1 - q_2$$

dovendosi sottrarre al volume q_1, il volume q_2 (colorato in giallo in Fig. 5) spostato dalla superficie inferiore S_2 dell'elicoide.

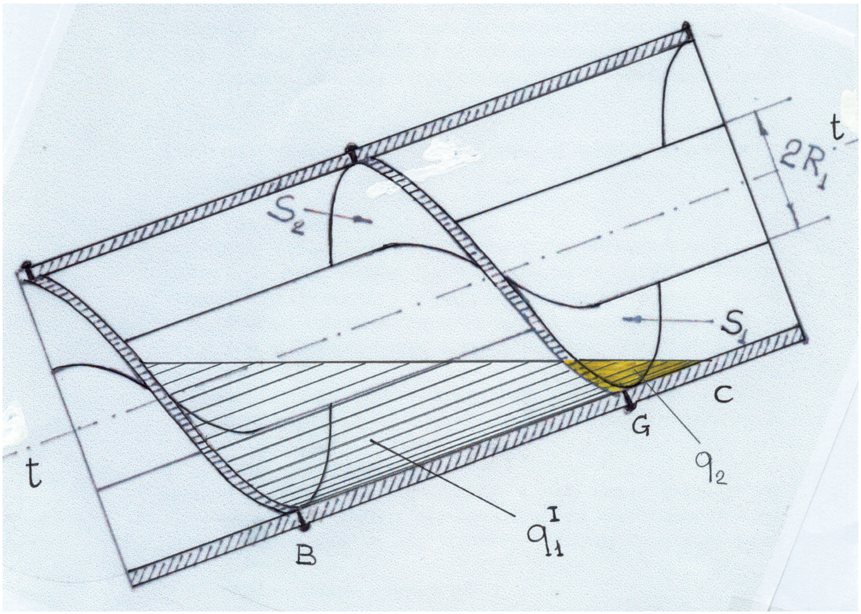


Figura 5. L'interferenza.

Nel caso rappresentato in Fig. 4 l'interferenza inizia a verificarsi per N=4, pertanto, oltrepassato tale valore, il volume q_t continua ad aumentare con il numero N dei principi, ma non più linearmente ed infine, oltrepassato un punto di massimo, inizia a decrescere fino a zero.

Il valore zero si ottiene ovviamente quando il numero di principi è tale da riempire tutta la coclea annullando così ogni interspazio fra un verme e l'altro.

Per esaminare con più precisione tale andamento, si è impostato un procedimento di calcolo (v. Appendice) in grado di fornire, per una data coclea, installata con una fissata inclinazione α, l'andamento del volume totale sollevato (q_t) in funzione del numero di principi N.

Considerata la coclea ad un solo principio (v. Fig. 6), i parametri che la definiscono (v. anche Fig. 7) sono:

φ_1 l'angolo di inclinazione dell'elica interna del verme,
φ_2 l'angolo di inclinazione dell'elica esterna,
s lo spessore del verme misurato in direzione ortogonale alle superficie elicoidali S_1 ed S_2,
s_a lo spessore del verme misurato in direzione assiale,
s_c lo spessore del verme misurato lungo la circonferenza esterna,
θ_o l'angolo che si ottiene intersecando le due superficie elicoidali S_1 ed S_2 con un piano perpendicolare all'asse t–t,

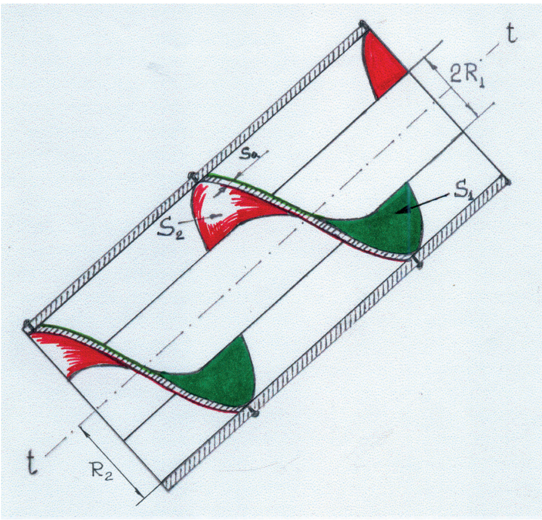
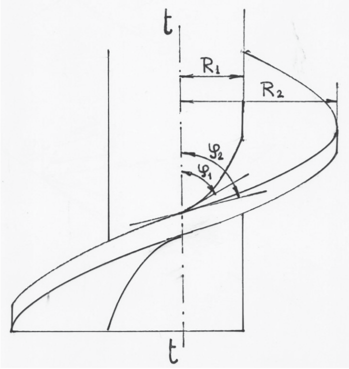


Figura 6. Vite di Archimede ad un solo principio.



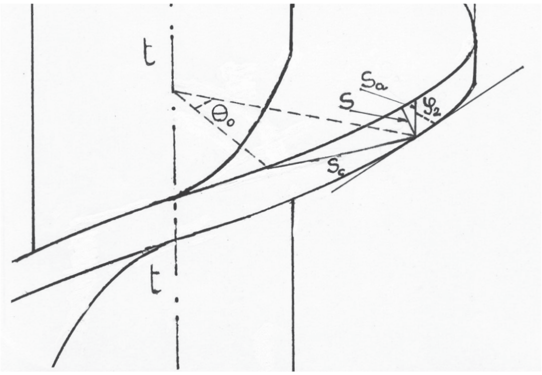


Figure 7. I parametri del verme elicoidale.