MATEMATICHE COMPLEMENTARI

FONDAMENTI, STORIA E DIDATTICA DELLA MATEMATICA

15

MATEMATICHE COMPLEMENTARI

FONDAMENTI, STORIA E DIDATTICA DELLA MATEMATICA

La matematica altri non è che il lato esatto del nostro pensiero.

Luitzen Egbertus Jan Brouwer

La collana è dedicata a studi e ricerche sui Fondamenti, sulla Storia e sulla Didattica della Matematica, dando rilievo agli aspetti culturali di questa disciplina, cogliendone le variegate espressioni e approfondendo la sua incidenza nella formazione umana e disciplinare. La collana, perciò, accoglie:

— studi sui Fondamenti della Matematica e la loro storia;
— ricerche di Storia della Matematica (sviluppo storico di idee e metodi, corrispondenze tra matematici, edizioni critiche di manoscritti, ecc...);
— proposte di percorsi dai contenuti storici a una loro riproposizione didattica;
— scritti di divulgazione dei contenuti matematici e della loro incidenza nello sviluppo di altre scienze;
— riflessioni sugli aspetti generali della Didattica della Matematica (dall'antropologia alle scienze psico-pedagogiche e alle neuroscienze);
— proposte di Didattica della Matematica relative a modalità differenti di attività didattiche in una classe di alunni;
— proposte di Didattica della Matematica con l'uso costante di nuove tecnologie.

Per l'eventuale inserimento in collana, ogni opera viene sottoposta alla valutazione del Comitato Scientifico e di esperti del settore, qualora necessario.

Luigi Maierù

Parlare di... matematica è possibile

Aracne editrice

www.aracneeditrice.it
info@aracneeditrice.it

www.gioacchinoonoratieditore.it
info@gioacchinoonoratieditore.it

via Vittorio Veneto, 20
00020 Canterano (RM)
(06) 45551463

ISBN 978-88-255-3006-3

I edizione: febbraio 2020

Indice

Introduzione

Difficilmente si ferma l'attenzione su cosa significhi *parlare di matematica* o se sia possibile farlo, essendo occupati (o forse preoccupati) a dare maggiore significato al linguaggio di questa disciplina, diventato nel corso del tempo sempre più formalizzato.

Per un lungo tempo sono stato impegnato a compiere incursioni nella storia della matematica, dai matematici greci antichi ed ellenistici a quelli arabi dei secc. IX-XIII, a quelli del Medioevo latino, del Cinquecento, del Seicento e del Settecento. Alla luce di tante impressioni e sollecitazioni ricevute leggendo scritti di secoli differenti su diverse problematiche geometriche, aritmetiche, algebriche, …, mi sembra opportuno fermare l'attenzione sul *parlare di matematica* più che sul linguaggio matematico e sulla sua formazione.

Ogni persona, che ha seguito o segue un alto percorso formativo in matematica, si imbatte in ambiti della cultura matematica espressi nel linguaggio più avanzato.

Eminenti studiosi si sono occupati della formazione di questo linguaggio nel corso dell'ultimo secolo e mezzo, precisandone i contorni e le caratteristiche e dando dilucidazioni e precisazioni.

Per le mie mani sono passati gli scritti di L.J. Wittgenstein, B. Russell, A. North Whitehead, F.P. Ramsey, M. Schlick, K.R. Popper, G.E. Moore, A.J. Ayer, J. Hintikka, …, U. Eco, … Costoro hanno contribuito in modo determinante a precisare, con differenti accentuazioni, il senso del linguaggio e del linguaggio matematico, considerando anche i risvolti in differenti espressioni culturali.

Di fronte a queste elaborazioni il mio atteggiamento è quello di mettermi in ascolto, avendo ancora tanto da apprendere.

A lungo ho fermato l'attenzione sul prezioso scritto di J. Hadamard, *The Psychology of Invention in the Mathematical Field*, del 1945, in cui è fatta luce sui diversi stadi che realizzano l'invenzione matematica e il modo in cui ognuno di essi può trovare espressione.

Le letture di testi di matematica di diversi periodi storici mi hanno confermato in un'idea ripetuta tante volte da Imre Toth con emozione, poi espressa in un volumetto, *Matematica ed emozioni*, del 2004:

> La matematica è l'espressione di una libertà umana che si manifesta nella creazione di mondi, che è una prerogativa divina, e questa creazione è veicolata da un atto di cui solo l'essere umano è capace: la negazione.

Toth non fa riferimento solo alla creazione delle geometrie non euclidee, che trovano il loro fondamento e la propria ragione di essere in una negazione (quella del postulato delle parallele, proprio della geometria euclidea), ma a ogni affermazione di idee matematiche, la cui formulazione, una volta raggiunta la sua forma definitiva ed eventualmente comunicata ad altri, è interpretata e, per questo stesso fatto, manipolata. Riprendo, perciò, un'altra espressione di Toth:

> Nella matematica è il soggetto cognitivo la sorgente di utilità, il soggetto il cui sapere dà esistenza alla cosa saputa.

Possiamo, quindi, ritenere che una stessa idea, una volta assoggettata al tempo e arrivata nelle mani di soggetti differenti, sia novellamente *creata*.

Alla luce di ciò, possiamo pensare che un'espressione matematica, anche se originariamente datata, non arrivi a noi come espressione di un mondo vetusto e lontano, perché, nell'atto stesso di essere in circolazione nel nostro tempo, è *riletta* in caratteri contemporanei, cioè assume un aspetto novello di originalità. Ognuna delle espressioni matematiche, se ha una storia lunga, probabilmente è andata soggetta a differenti formulazioni, ognuna delle quali è nuova e coerente relativamente al contesto in cui è espressa.

La storia testimonia ciò.

Questo è uno degli aspetti più rilevanti e costanti che caratterizza, accompagna ed esprime perché la matematica sia bella, presentandosi come una realtà sempre contemporanea, ieri come oggi.

Nello stesso tempo, studiando la storia di una qualsiasi idea matematica ci si rende conto di come questa sia espressa originariamente e di come la sua trasmissione sia segnata nel tempo.

Generalmente in questa storia non si fa riferimento o rimane nell'ombra il contesto in cui un'idea si afferma ed è formulata, non ci si chiede da cosa essa sia originata, né si cercano quali siano le esigenze matematiche di natura culturale del momento.

Sono convinto che la conoscenza di tutto ciò, che indico con il termine *contesto*, porterebbe a familiarizzare maggiormente con una determinata idea e con la sua storia, consentendo di trovare in noi stessi le parole idonee e appropriate per potere esprimere con semplicità ciò che a noi è giunto.

Su questa constatazione poggia l'interrogativo se *sia possibile parlare di matematica, di tutta la matematica*, da quella più antica a quella più recente, intendendo con *parlare* un'azione molto diversa dall'esprimere un'idea nel linguaggio specifico della matematica del nostro tempo.

Questa è una domanda molto spesso avvertita o direttamente rivoltami nel corso degli anni di insegnamento e della vita. Ho osservato che il più delle volte non è formulata ed espressa in termini chiari, quasi a volere nascondere una deficienza o una difficoltà con pudore.

I motivi di questo pudore possono essere di diversa natura a seconda delle persone che formulano la domanda, se teniamo presente che ogni persona, con cui quotidianamente siamo in contatto e dialoghiamo, nel proprio percorso di formazione ha ricevuto insegnamenti di matematica e si è resa conto di cosa voglia dire *parlare di matematica*.

Sembra che tanti, divenuti adulti, abbiano messo da parte, isolato, cancellato le nozioni apprese nel corso di quegli insegnamenti, come se l'apprendimento, che pur vi è stato, sia stato racchiuso in un'esperienza molto labile, che non ha avuto il tempo di sedimentare e imprimersi in modo stabile nel proprio bagaglio culturale.

Questa osservazione ha implicanze di differente natura.

Una persona che arriva a porre questa domanda fa presupporre che ella, almeno in modo inconsapevole e implicito, pensi che non sia possibile parlare di matematica o che riuscire a farlo implichi uno sforzo e una concentrazione sovrumani.

Forse in ragione di ciò, con l'interrogativo posto, implicitamente si vuole chiedere:

Come fai a parlare di matematica nello stesso modo in cui parli di altre cose?

Cosa hai fatto per accettare nella tua vita un impegno tale da portarti ad acquisire una duttilità di pensiero e di controllo di te stesso che ti consente di parlare di matematica?

Le stesse domande possono essere poste da un qualsiasi alunno delle scuole secondarie superiori al proprio insegnante della disciplina in questione.

In tal caso è necessario fare più di un'osservazione circa il loro senso, poiché esse si inseriscono e vertono attorno a un preciso contesto, quello specifico e unico dell'insegnamento e dell'apprendimento.

Il loro destinatario (l'*insegnante*) dovrebbe chiedersi quale sia il senso del suo lavoro, se un alunno, che potrebbe essere anche il più svogliato e disattento, lo interroga su ciò che sta facendo.

Dovrebbe anche chiedersi se per caso non abbordi gli alunni come il *missionario* portatore di verità o come il *vate* che annuncia la buona novella o come il *superuomo* che intende aprire la mente degli alunni per consentire loro di accedere ed entrare in un nuovo mondo, o come…

Dovrebbe anche interrogarsi se abbia compreso in modo adeguato che essere insegnante implica condurre per mano gli alunni, ogni alunno, a compiere un passo in più verso la conoscenza più appropriata di ciò che lo circonda, attraverso nozioni sistemate in modo logico e razionale, arricchendo il proprio vocabolario, acquisendo con gradualità una proprietà di linguaggio e di espressione e un senso oggettivamente critico di fronte ai fatti, agli eventi e alle opinioni, ed esprimendo un proprio *fare* cercando la soluzione di un problema, qualunque sia la sua natura (i problemi di natura matematica dovrebbero abilitare a ciò), …

Tante reazioni negative da parte degli alunni delle scuole secondarie superiori di fronte all'insegnamento della matematica probabilmente sono originate da personali situazioni di disagio che stanno vivendo. In alcuni casi questo disagio li accompagna da qualche anno, forse dal periodo della scuola primaria e della scuola secondaria inferiore.

Ogni alunno si rende conto che i contenuti matematici presentati dall'insegnante sono espressi in un linguaggio gradualmente più preciso e formalizzato. Di fronte a questo fatto qualcuno si sente perso, avverte di venirsi a trovare di fronte a un mondo per entrare nel quale non ha alcuna chiave. Nello stesso tempo, probabilmente l'insegnante non si accorge di questo disagio, preoccupato come è di svolgere il suo compito. Ciò può succedere anche nel caso in cui è evidente la sua competenza e la sua professionalità.

Queste constatazioni, che vertono attorno allo stato dell'arte dell'insegnamento/apprendimento nelle scuole secondarie superiori, illuminano sui risultati rilevati a livello europeo e mondiale circa il livello di apprendimento raggiunto dagli alunni e circa le competenze acquisite.

Questi risultati non dovrebbero fare dormire sonni tranquilli a coloro che hanno la responsabilità e sono artefici dell'insegnamento, essendo la formazione matematica fondamentale per ogni cittadino.

Per contribuire a superare questo stato è indispensabile che si vada oltre la presentazione della matematica nel suo linguaggio formale. Ciò è possibile nella misura in cui l'aspetto formale è presentato in un appropriato contesto culturale, che lo motivi e ne faccia comprendere l'importanza.

Come è ovvio, ciò si realizza nel/con il *parlare di matematica.*

Le stesse domande potrebbero essere poste anche quando il livello di formazione è più alto, dove è usualmente consueta la presentazione delle tematiche in linguaggio molto formalizzato in tante discipline, tra le quali la matematica occupa un posto centrale e di rilievo.

Nelle aule delle scuole secondarie e in quelle universitarie si presenta tanta matematica, con differenti approcci e prospettive. Tra gli insegnamenti di questa disciplina spiccano quelli che curano la formazione di matematici, fisici, ingegneri, …, nei cui percorsi la matematica svolge un ruolo determinante.

Senza ombra di dubbio possiamo qualificare questa realtà/attività come un *parlare* tout court di matematica, intendendo con questo termine una reale comunicazione tra chi proferisce le parole, in qualunque modo ciò avvenga (in forma orale o scritta, tramite slides, ecc.) e chi le ascolta.

È davvero così e in ogni situazione?

Oppure, da una parte vi è uno che proferisce parole e dall'altra vi sono uno o tanti che odono?

Proferire parole non implica necessariamente una reale comunicazione di uno o più pensieri legati l'uno all'altro. Udire non comporta necessariamente ascoltare, poiché, udendo, l'organo uditivo si esercita, ma la persona potrebbe non recepire il messaggio. Inoltre, un simile stato potrebbe essere solo occasionale oppure una situazione problematica che si ripete con frequenza.

Non sono alla ricerca di una soluzione di questo problema, perché in questo scritto l'attenzione è centrata sulla possibilità di potere *parlare* di matematica, dando al termine *parlare* il significato di un'azione che implica un proferire parole con l'intenzione che ci sia una reale comunicazione tra chi parla e chi ascolta, facendo in modo che questo ascolto sia reale ed efficace. Ciò presuppone il verificarsi della situazione in cui qualcuno proferisce parole che contribuiscono ad ampliare/arricchire le conoscenze di chi ascolta.

Presupposto indispensabile per poter parlare di matematica è che chi lo fa abbia acquisito quelle necessarie abilità e competenze che gli consentono di svolgere questo compito con professionalità.

Questo parlare non è limitato al semplice sapersi esprimere in linguaggio matematico, consueto tra coloro che sono impegnati nello sviluppo di questa disciplina, oggi così formalizzata.

In tal caso si ha l'impressione che di questo linguaggio possano impadronirsene solo pochi eletti, quelli cioè che scelgono di dedicare tempo, attenzione, fatica al suo apprendimento, o quelli scelti, non sappiamo da chi (la natura? l'intuizione?), e che hanno ricevuto la *grazia* di compiere un percorso che li ha portati fino a quel punto, in cui ogni cosa è *svelata*.

Faccio anche riferimento a questo parlare, essendo il suo uso inevitabile a certi livelli di comunicazione. Molto di più faccio riferimento a quell'altro *parlare* con cui alcuni o tanti nel corso dei secoli hanno comunicato ciò a cui hanno dedicato tempo ed energie. Costoro, con fatica, sempre tanta, hanno affinato la propria lingua per potere *comunicare* i propri pensieri integralmente e totalmente, senza travisamenti e senza nulla celare, e, nel corso dei secoli, si sono preoccupati di svelare il mondo agli altri, esprimendolo in un linguaggio che questi ultimi potessero comprendere e a loro volta fare proprio, sentendo i primi l'urgenza interiore di comunicare ai secondi quanto avevano compreso.

Un simile atteggiamento è registrato in ogni epoca storica.

Per ogni epoca, in verità, non disponiamo di tutte le testimonianze che consentano di vedere come i primi siano arrivati a esprimere le proprie elaborazioni e come queste siano state fatte proprie dai secondi.

Oggi disponiamo delle sole elaborazioni dei primi e non conosciamo quale sia stato l'impegno dei secondi nel farle proprie, se non in casi specifici, cioè attorno a specifiche elaborazioni e idee.

Ciò consente la libertà e la responsabilità di tentare di supporre e di ipotizzare come questi percorsi siano stati organizzati e compiuti e come siano stati trasmessi ad altri.

Qualche volta, prendendo atto delle elaborazioni matematiche di alcuni periodi storici, ho immaginato di avere davanti a me un'orchestra al completo, essendo in grado di individuare gli spartiti (le elaborazioni matematiche pervenute) e i maestri, che, con i loro strumenti (rivelati in tanti casi nelle stesse elaborazioni), insieme eseguono una meravigliosa, straordinaria, affascinante e dolce sinfonia che riempie il cuore e l'anima.

Ogni maestro suona il suo strumento, variando le modulazioni e le tematiche e facendo in modo che il suono che esce dal suo strumento si armonizzi con il suono che esce dallo strumento altrui.

Questo suono diversificato e nello stesso tempo armonioso costituisce quell'unica sinfonia che è la matematica.

È evidente che possiamo studiare il suono di ogni singolo strumento e prendere in esame il valore di ogni maestro. Facendo ciò, registriamo una ricca e suggestiva diversità tra i differenti strumenti e i numerosi elementi comuni o simili che trovano espressione nei differenti spartiti.

Tutto ciò rientra nel *parlare di matematica.*

Semplificando quanto finora affermato, nel contesto della storia della matematica è possibile considerare lo sviluppo del pensiero e delle idee, i modi o metodi di approccio a ciò che può essere oggetto di questa disciplina, l’uso che di essi si può fare in ambiti differenti della cultura e della vita, …

Nello stesso tempo, possono essere presi in esame i diversi tentativi tramite i quali tutto ciò può essere espresso, individuando le strategie di sicuro effetto nella comunicazione e nella formazione.

Indico tutto ciò con il termine *contesto.*

Per questo motivo ha senso chiedersi:

— quale sia il contesto in cui si individua come debba essere strutturato il parlare, il discorso matematico, prendendo in esame pagine di storia che lo evidenzino;
— come si forma il linguaggio proprio della geometria e dell’aritmetica, per passare a considerare la formazione del linguaggio algebrico, dell’analisi matematica, del calcolo delle probabilità, …;
— come studiare uno stesso problema in un differente linguaggio (geometrico, aritmetico, algebrico, analitico, …);
— come dedurre da tutto ciò quei principi generali che possano guidare le nuove generazioni a parlare con serenità e con equilibrio della matematica.

Ricostruire e riflettere su queste situazioni è una buona occasione per familiarizzare con la matematica, rendersi conto del suo sviluppo e della sua reale possibilità di comunicazione, immaginare come ciò si sia realizzato e ipotizzare in quali condizioni ciò sia avvenuto, … Per dirla in parole semplici, possiamo dedicare tempo e attenzione *al parlare e al riflettere attorno alla matematica* tout court.

Rendersi conto di ciò porta a entrare in uno stato d’animo sempre più consapevole, in cui si può passare dalla considerazione della matematica più elementare a quella più avanzata, dalla matematica del passato più remoto a quella del presente a noi più prossimo, …

Realizzare ciò in queste condizioni interiori rasserena molto e fa rendere conto di quanto sia oggettivamente bello l’oggetto del nostro studio e della nostra riflessione.

È opportuno precisare che, nel momento in cui uso il termine *parlare*, faccio riferimento al λόγος, nel significato più primitivo e più ampio, di cui si trova testimonianza costante soprattutto nel periodo greco-ellenistico e, alla luce di ciò, nei secoli successivi, fino a noi.

Con questo termine faccio riferimento alla prima espressione del pensiero, da nessuno udita, e anche al termine ultimo, che si ha quando esce un'espressione dalla bocca diventando parola o quando gli scritti sono riempiti da grafemi o disegni o quando si è in condizione di immettersi in un'espressione multimediale o quando…

Questo è il λόγος, la *parola*, che dà origine alla creazione matematica.

Avendo ben presente ciò, ci si rende conto di cosa voglia dire passare dal linguaggio quotidiano al linguaggio retorico e da questo, variamente articolato nel corso dei secoli, al linguaggio della geometria, di come il linguaggio della geometria faccia da supporto a quello dell'algebra, …

Questi passaggi possono essere individuati analizzando tanti fatti di storia della matematica, talvolta espressi in forma esplicita, tante altre volte nella filigrana che costituisce il tessuto del discorso matematico.

D'altra parte, questi stessi passaggi sono anche individuabili nei percorsi psicologici e di crescita realizzati in noi stessi, a cominciare dallo stato psicologico collegato al primo impatto con la matematica e dagli stati successivi per i quali siamo passati, per arrivare allo stato psicologico finale, non ultimo, quando ci siamo imbattuti con il linguaggio della matematica attuale, che si presenta in una formalizzazione da ritenere l'ultima o la più avanzata.

Sono certo che il livello di formalizzazione non è l'ultimo, poiché il lavoro di tanti matematici, oggi impegnati nella ricerca più avanzata, porterà ad ulteriori formalizzazioni.

Questo contesto, come sappiamo, ha consentito e consente di avere nuove informazioni per raggiungere traguardi appena intravisti nello stato attuale.

Come facciamo a *parlare* di matematica se ci esprimiamo esclusivamente in questo linguaggio così formalizzato?

A questo livello il *parlare* che si realizza avviene tra *esperti*. Alla luce di alcune categorie storiche, ciò potrebbe essere indicato come un linguaggio *esoterico*, cioè riservato solo a coloro che ne hanno una piena padronanza e, perciò, limitato alla comunicazione con altri che si trovano allo stesso livello.

Alcune lettere di Simone e André Weil riflettono questa situazione. Simone si occupa di filosofia, di matematica, di filologia, …, di storia delle idee del mondo antico, mentre André è una delle menti più fulgide della matematica della prima metà del Novecento e membro del primo gruppo Bourbaki.

Simone così scrive al fratello, che nel 1940 è detenuto nel carcere militare di Rouen, perché ritiene che è suo dovere *fare il matematico e non la guerra*:

> Visto che di tempo ne hai anche troppo, un'altra buona occasione potrebbe essere metterti a riflettere sul modo di fare intravedere ai profani come me in che cosa consistano esattamente l'interesse e la portata dei tuoi lavori. Perché, anche ammettendo che, come asserisci tu, sia del tutto impossibile, il fatto di provarci non sarebbe certo infruttuoso per te. Credo anche che ne trarresti un profitto considerevole. E se anche tu non riuscissi a formulare qualcosa che io sia in grado di capire, penso che arriverei a intravedere abbastanza perché possa risultare per me di estremo interesse. Non sono tanto le matematiche, infatti, a interessarmi, quanto i matematici, così come in ogni altro ambito.

Nella lettera del 29 febbraio 1940 André così risponde alla sorella:

> Quanto a parlare delle mie ricerche o di qualsiasi altra ricerca matematica ai non-specialisti, tanto varrebbe spiegare una sinfonia a dei sordi, mi sembra. Certo che lo si può fare: ci si serve di immagini, si parla di temi che si rincorrono, si intrecciano, si coniugano o si separano, di tristi armonie o di trionfanti dissonanze: ma, una volta finito, che cosa si è prodotto? Frasi o tutt'al più un componimento bello o brutto, che non ha nulla a che fare con ciò che si voleva descrivere.
> Da questo punto di vista la matematica non è altro che un'arte; una sorta di scultura in una materia estremamente dura e resistente (come certi porfidi che a volte usano, credo, gli scultori). Nella prima quartina di un mirabile sonetto Michelangelo ha espresso l'idea (più o meno platonica, immagino) che il blocco di marmo all'uscita dalla cava contenga già l'opera scolpita, e che il lavoro dell'artista consista nel togliere quel che vi è di troppo…
> Il matematico è a tal punto sottomesso al filo, al controfilo, a ogni curvatura e anche alle asperità della materia con cui lavora che questo conferisce alla sua opera una specie di oggettività. Ma l'opera che si fa (e alla quale per l'appunto ti interessi) è opera d'arte, e in quanto tale inspiegabile (in essa sola risiede la sua spiegazione). Ma se la critica d'arte è un genere vano e vacuo, la storia dell'arte forse è possibile, e, che io sappia, nessuno ha mai esaminato la storia della matematica da questo punto di vista.

La problematica qui posta è molto ardua da affrontare, se cioè la matematica sia un'opera d'arte e in quanto tale giudicata, posizione che Simone contesta in questi termini:

> Tu parli di arte e di materia dura; ma io non riesco a concepire in che cosa consista questa materia. Le arti propriamente dette hanno una materia che esiste nel vero senso della parola. La stessa poesia ha per materia il linguaggio visto come un insieme di suoni. La materia dell'arte matematica è una metafora; e a che cosa corrisponde questa metafora? La materia della geometria greca era lo spazio, ma lo spazio a 3 dimensioni, realmente dato, condizione imposta di fatto a tutte le azioni degli uomini. Non è più così. La materia del tuo lavoro non è forse l'insieme dei lavori matematici precedenti, con il linguaggio e il sistema di segni che ne risulta?
> Se la scienza e l'arte mirano a rendere intelligibile e sensibile l'unità fra l'universo e la mente umana, a fare apparire il mondo come *la città di tutti gli essere dotati di ragione* – e in tal modo io la concepisco –, la matematica attuale, considerata sia come scienza che come arte, mi sembra molto lontana dal mondo.
> Uno sforzo di riflessione e di critica non potrebbe riavvicinarvela? È questo che mi domando. Preoccupazione che evidentemente è assai distante da quella di Bourbaki.
> È uno degli scopi ai quali mi sarebbe piaciuto consacrare l'intera mia vita.

Leggendo questi passi e comprendendone il senso, ognuno può rendersi conto che questo problema dovrebbe interessare molte persone impegnate in un lavoro di ricerca.

Data la mia limitatezza nelle conoscenze della matematica più alta, condivido a pieno il parere di Simone, sollecitando ogni matematico, impegnato nella ricerca, a tentare di rendere fruibile anche da parte di altri, che non sono alla sua altezza, la bellezza e l'armonia dei lidi sui cui con la ricerca è approdato.

In verità, comunicare il senso anche della più avanzata ricerca matematica presenta un problema di non facile e immediata soluzione. Ciò non esclude che si vada alla ricerca di una soluzione.

In modo evidente tale problema sembra cozzare con l'affermazione che il linguaggio matematico (o della matematica) è uno dei due linguaggi fondamentali per ogni generazione. Questa è una conclusione a cui porta la storia dello sviluppo di tanti popoli in diversi luoghi del pianeta.

Tale affermazione porta all'impegno morale di escogitare e rispondere all'istanza educativa di fare in modo che ogni individuo, meglio ogni cittadino, prenda tanta familiarità con questo linguaggio da potersene servire in una comunicazione, pur in situazioni particolari, con gli altri cittadini.

Questo comporta una educazione e una formazione graduale alla conoscenza di questo linguaggio. Il fallimento di ciò, che statistiche differenti mettono in luce, porta necessariamente a fare in modo che ogni persona, formata nelle conoscenze matematiche, contribuisca direttamente al superamento delle difficoltà.

Ciò è possibile nella misura in cui, dopo essersi abbeverati alla fonte del più puro linguaggio matematico, guardandosi intorno e constatando quante poche persone si abbeverano alla stessa fonte, dando uno sguardo a ciò che avviene alle proprie spalle, ci si impegna a formare una cordata per consentire a chi vuole di gustare il nettare che esce da quella sorgente.

Non tutti possono arrivare a raggiungere la stessa meta.

Tutti possono essere messi in grado di intravedere una bellezza e sollecitare un impegno che faccia vincere ogni ritrosia.

Del resto, constatiamo che nel corso degli anni si sono fatti tanti progressi nell'acquisizione di conoscenze scientifiche, più o meno approfondite, da parte di tanti. Basti considerare quanti termini di natura medica, meteorologica, ambientale, …, sono presenti nel parlare quotidiano. Non si registrano altrettanti termini matematici, al di là di quelli di natura più ancestrale (alto, basso, sopra, sotto, più grande, più piccolo, addizionare, sottrarre, moltiplicare, dividere, …).

Questo stato dell'arte non deve indurre alla depressione.

Deve piuttosto sollecitare un impegno a tutti i livelli.

Non si tratta di fare opera di semplice divulgazione quanto di esprimere nel concreto un impegno di formazione.

Oggi si fa molta divulgazione di matematica, di fisica, … Si celebrano festival di …, con tanto seguito.

Ciò, però, non ha smosso quelle statistiche.

Ci vogliono tempi lunghi per formare cittadini più consapevoli con una dimestichezza efficace che porta a servirsi del linguaggio matematico quando è opportuno. Ma … in questo nostro tempo abbiamo fretta, tanta fretta, tanto da esprimere l'impazienza anche nei percorsi universitari. Se ciò non fosse vero, come mai si è passati nei fatti da un impegno di formazione a uno di semplice informazione, esplicitamente dichiarato?

Si potrebbe continuare questo discorso all'infinito.

Ciò, in realtà e in verità, non serve.

Ci si impegna nella formazione degli insegnanti, per dare loro occasione di riflettere sul proprio ruolo, in modo che il loro lavoro con