MATEMATICHE COMPLEMENTARI

FONDAMENTI, STORIA E DIDATTICA DELLA MATEMATICA

14

MATEMATICHE COMPLEMENTARI

FONDAMENTI, STORIA E DIDATTICA DELLA MATEMATICA

La matematica altri non è che il lato esatto del nostro pensiero.

Luitzen Egbertus Jan Brouwer

La collana è dedicata a studi e ricerche sui Fondamenti, sulla Storia e sulla Didattica della Matematica, dando rilievo agli aspetti culturali di questa disciplina, cogliendone le variegate espressioni e approfondendo la sua incidenza nella formazione umana e disciplinare. La collana, perciò, accoglie:

— studi sui Fondamenti della Matematica e la loro storia;
— ricerche di Storia della Matematica (sviluppo storico di idee e metodi, corrispondenze tra matematici, edizioni critiche di manoscritti, ecc. . .);
— proposte di percorsi dai contenuti storici a una loro riproposizione didattica;
— scritti di divulgazione dei contenuti matematici e della loro incidenza nello sviluppo di altre scienze;
— riflessioni sugli aspetti generali della Didattica della Matematica (dall'antropologia alle scienze psico-pedagogiche e alle neuroscienze);
— proposte di Didattica della Matematica relative a modalità differenti di attività didattiche in una classe di alunni;
— proposte di Didattica della Matematica con l'uso costante di nuove tecnologie.

Per l'eventuale inserimento in collana, ogni opera viene sottoposta alla valutazione del Comitato Scientifico e di esperti del settore, qualora necessario.

Carla Rossi

La logica dell'incerto seguendo Bruno de Finetti

Aracne editrice

www.aracneeditrice.it
info@aracneeditrice.it

www.gioacchinoonoratieditore.it
info@gioacchinoonoratieditore.it

via Vittorio Veneto, 20
00020 Canterano (RM)
(06) 45551463

ISBN 978-88-255-2826-8

I edizione: ottobre 2019

Che cos'è la probabilità?
Dice un'antica sentenza latina, *tot capita, tot sententiae**; in nessun campo essa è tanto vera quanto nella teoria delle probabilità, e fin dai principi, fin da questa stessa domanda sul significato della probabilità. Tuttavia, fra un matematico che la definisca come rapporto tra il numero di casi favorevoli e possibili, uno statistico che la interpreti come un valore più o meno ideale della frequenza, e l'uomo della strada che dica «è la sensazione che mi guida in tutta la vita», non esito a dire che la risposta migliore, più completa, più sensata, è proprio quella dell'uomo della strada. (B. de Finetti, 1933, *Lezioni sulla probabilità*, Università degli Studi di Trieste, 1932/33)

* « Tante teste, tanti pareri » variante di *quot homines tot sententiae*, « quanti uomini tanti pareri »). Antico proverbio che si trova in Terenzio e in Cicerone e che si cita spesso, anche nella forma *quot* (o *tot*) *capita tot sententiae* (« quante teste tanti pareri »), per affermare che, tra gli uomini, le opinioni e i gusti sono diversi, ed è difficile che in una comunità tutti la pensino allo stesso modo.

I problemi fondamentali della vita non sono altro che problemi di Probabilità... In fondo la teoria della Probabilità è solo buonsenso ridotto a calcolo. (Laplace, 1780)

Il faudrait une nouvelle espèce de logique, qui traiteroit des degrés de Probabilité («Dovrebbe utilizzarsi un nuovo tipo di logica per trattare il calcolo delle Probabilità»). (Leibniz, 1669)

Indice

Introduzione

> Bruno de Finetti è stato definito da tantissimi ricercatori noti e non «matematico, economista, filosofo, precursore» e, invero, la sua curiosità intellettuale e operativa non aveva limiti e la sua intuizione e le sue capacità anche tecniche erano grandissime in molti campi. Ma soprattutto era, ed è tuttora, impressionante la sua propensione a trarre spunti di riflessione da una qualsiasi questione per riutilizzarli in un'altra, nonché la capacità di guardare lo stesso fenomeno sotto angolazioni e con lenti diverse: il suo "fusionismo", come lo chiamava mutuando il termine da Felix Klein; un fusionismo che talvolta sconcertava l'interlocutore.[1]

A partire dall'insegnamento ricevuto da Bruno de Finetti e dalla successiva collaborazione, ho imparato, sperimentato e sempre sostenuto, nel mio lavoro rivolto alla scuola e all'insegnamento, che è necessario formare e non solo informare sui fondamenti e sull'utilizzo della probabilità e del ragionamento probabilistico e, più in generale, sugli aspetti legati alla matematica dell'incerto e all'induzione. Per far questo è necessario che anche l'insegnamento segua un percorso induttivo, partendo da problemi da risolvere, adeguando strumenti e modelli già noti e acquisendo via via nuove tecniche. In altre parole è necessario insegnare i concetti di base e i metodi applicandoli a problemi possibilmente non fittizi, ma di interesse concreto. In questo modo è possibile aiutare lo studente a impadronirsi a fondo e in modo stabile delle metodologie e, soprattutto, ad acquisire il necessario atteggiamento critico e di autonomia, che consentono un continuo auto–aggiornamento. Si sviluppa, inoltre, la capacità di affrontare e impostare la soluzione dei diversi problemi, utilizzando e adattando di volta in volta lo strumento più idoneo. Si può così superare l'atteggiamento di chi vuole solo applicare rigidamente ricettine pron-

1. C. Rossi, *La probabilità per tutti seguendo l'insegnamento creativo, i suggerimenti e l'esempio di Bruno de Finetti*, in *Bruno de Finetti e l'insegnamento della matematica: dalla Realtà, nella Realtà, per la Realtà* a cura di Giuseppe Anichini, Livia Giacardi, Erika Luciano, « UMI: la matematica nella Società e nella Cultura », Bologna 2015, https://iris.unito.it/retrieve/handle/2318/1572477/163475/UMI-A%20fasc%20dicembre%202015%20%281-500%29.pdf.

te, riportando ogni possibile problema a una casistica precostituita imparata sui libri.

Vale la pena di riportare una sintesi da *Programmi e criteri per l'insegnamento della matematica alla luce delle diverse esigenze* ancora attuale oggi nelle sue critiche.

> In succinto la tesi è questa: se c'è, come purtroppo indubbiamente c'è, un atteggiamento d'incomprensione e d'ostilità quasi generale dei profani verso la matematica, la colpa è nostra, dei matematici, perché non vogliamo o non cerchiamo o non sappiamo presentare la matematica in modo rispondente alle esigenze del profano. La miope e autolesionista visione specialistica ci induce a vantare come un pregio la possibilità di presentare la matematica come un campo reso autonomo e staccato da ogni nesso colle altre scienze grazie alla completa astrattizzazione, mentre sarebbe essenziale superare questa visione ristretta e caricaturale affermando la posizione della matematica nel tutto che è la scienza e quella della scienza nel più grande tutto unitario che sarebbe la cultura... La situazione derivante da tale lacerazione della cultura, in umanistica contro scientifica, e poi perfino tra i vari campi della scienza, dovrebbe essere più generalmente sentita come fonte di angosciosa preoccupazione.[2]

2. B. de Finetti, *Programmi e criteri per l'insegnamento della matematica alla luce delle diverse esigenze*, « Periodico di matematiche », Zanichelli, Bologna aprile 1965, p. 120.

Bruno de Finetti: piccolissimo ritratto*

La definizione "Maestro" di Alberoni ben si adatta a Bruno de Finetti:

> Maestro è chi ha raggiunto non solo un sapere, ma un modo di essere superiore, esemplare. Chi ha creato un nuovo modo di vedere, di pensare, di agire, una nuova scienza, una nuova arte, chi ha tracciato nel mondo una strada nuova, che si può apprendere solo seguendolo, imitandolo, attingendo alla sua esperienza e alle sue parole, Chi, con il suo stesso esistere, ci fornisce un esempio morale. Ed è spinto a donare la sua ricchezza agli allievi con generosità e dedizione. (F. Alberoni)

Non c'è alcun dubbio che Bruno de Finetti abbia creato nuovi modi di pensare, e persino nuove parole, in molti settori della matematica, della Statistica, dell'Economia, e non solo[1].

Bruno de Finetti è, infatti, il più noto tra i matematici "applicati" italiani del ventesimo secolo. Ma considerarlo solo un matematico è piuttosto riduttivo. Se si scorrono i titoli dei suoi scritti, infatti, emerge una personalità più complessa e variegata[2]. Leggendo i suoi lavori è sempre possibile trovare contributi originali e, molto spesso, pionieristici, in tutti i settori cui ha dedicato il suo interesse. Nelle applicazioni ha sempre privilegiato la funzione della matematica come *forma mentis* al servizio della soluzione dei diversi problemi, piuttosto che solo come linguaggio tecnico–scientifico, estendendo spesso teorie standard e modelli per ottenere risultati più generali. Molti sono anche i suoi

* Revisione con integrazioni dell'articolo pubblicato su « Induzioni » (http://www.comathsnet.it/ronchi/pdf/Induzioni_2002.pdf.

1. Per una presentazione più ampia della figura di de Finetti si può consultare: C. Rossi, *Bruno de Finetti: the mathematician, the statistician, the economist, the forerunner*, « Statistics in Medicine », 2001, 20, 3651–3666, e la bibliografia ivi riportata; C. Rossi, *La probabilità per tutti seguendo l'insegnamento creativo, i suggerimenti e l'esempio di Bruno de Finetti*, in *Bruno de Finetti e l'insegnamento della matematica: dalla Realtà, nella Realtà, per la Realtà* a cura di Giuseppe Anichini, Livia Giacardi, Erika Luciano, « UMI: la matematica nella Società e nella Cultura », Bologna 2015, 73–109. https://iris.unito.it/retrieve/handle/2318/1572477/163475/UMI-A%20fasc%20dicembre%202015%20%281-500%29.pdf.

2. http://www.brunodefinetti.it/index_it.htm.

contributi dedicati alla didattica della matematica e, in particolare, della probabilità e della statistica. Sosteneva che la probabilità dovesse essere strumento fondamentale nelle decisioni quotidiane, particolarmente in presenza di incertezza: « Our world, our life, our destiny, are dominated by Uncertainty; this is perhaps the only statement we may assert without uncertainty » («Il nostro mondo, la nostra vita, il nostro destino, sono dominati dall'Incertezza; questa è forse l'unica asserzione che possiamo sostenere senza incertezza»), scrisse nel 1979[3].

Il suo nome è conosciuto in tutto il mondo, non solo per la matematica, in particolare la probabilità, ma, ancor più, per l'economia. Non è troppo sorprendente, essendo vissuto in un'epoca in cui in matematica prevaleva l'impostazione formalista. Anche in campo economico, tuttavia, il suo contributo è stato compreso con notevole ritardo, perché molti lavori giovanili importanti e precursori di de Finetti furono scritti in italiano e pubblicati su riviste italiane.

Secondo Franco Modigliani, che nel 1961 lo propose come Fellow dell'Econometric Society dove risultò eletto al primo scrutinio, per i suoi studi in campo economico Bruno de Finetti avrebbe meritato il premio Nobel[4], fatto successo ad altri matematici: John Nash, Robert Aumann, Lloyd Shapley. Il vincitore del premio Nobel per l'economia Harry Markowitz riconobbe che un lavoro di de Finetti del 1938[5], di cui lui venne a conoscenza solo molto tardi, anticipava i suoi risultati degli anni Cinquanta sulle "scelte di portafoglio", per i quali gli fu attribuito il Nobel nel 1990!

Bruno de Finetti concepiva e "viveva" la matematica, in particolare la probabilità, come strumento essenziale per la migliore comprensione e descrizione dei fenomeni complessi e per l'assunzione di decisioni coerenti. I suoi contributi fondamentali alla teoria delle probabilità e alla statistica sono ben noti, citati, e ripresi a livello mondiale e la sua

3. B. de Finetti *Insurance and the views about probability*, « Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari », 1979, 71–83.

4. G.I. Bischi, *Bruno de Finetti: un matematico a tutto tondo*, p. 6 http://matematica.unibocconi.it/sites/default/files/urbino2011/Bischi_de_Finetti_Pristem_Aprile2011.pdf e F. de Finetti, *Bruno de Finetti e L'Istituto Lombardo di Scienze e Lettere*, p. 1, http://www.brunodefinetti.it/Bibliografia/Bruno%20de%20Finetti%20e%20Istituto%20Lombardo%20di%20Scienze%20e%20Lettere.pdf.

5. B. de Finetti, *Il problema dei pieni*, 1938, http://www.brunodefinetti.it/Opere/Il problemadei pieni.pdf.

opera fondamentale ha visto traduzioni in molte lingue[6] e ristampe anche recenti.

Una delle opere che meglio lo rappresenta globalmente è, però, *La matematica Logico Intuitiva*, ripubblicato nel 2005 da Giuffrè in occasione del centenario della nascita, che riassume, già nella prefazione[7], la sua visione e la sua impostazione della didattica non solo della matematica, come sempre ampiamente anticipatrice rispetto ai tempi in cui il volume fu pubblicato per la prima volta (1943). A questo proposito occorre ricordare che Bruno de Finetti si è sempre ispirato a un approccio didattico fusionista in senso esteso, così definito da lui stesso:

> Ho sempre indicato nel fusionismo il principale concetto di base per il miglioramento dell'insegnamento e della comprensione della matematica. Nel senso più specifico, in cui fu introdotto da Felix Klein, il fusionismo consiste nella fusione dello studio di geometria da una parte e di aritmetica, analisi ecc. dall'altra; più in generale si tratta di fondere in modo unitario tutto ciò che si studia (anche interdisciplinarmente, tra matematica...), mentre le tendenze antiquate predicavano il "purismo" di ogni ramo da coltivare isolato senza contaminazioni.[8]

L'effetto che conta nell'apprendimento della matematica non consiste, infatti, nel saper ripetere e utilizzare "pedissequamente" le "cose" studiate, questa sarebbe solo "erudizione appiccicaticcia", ma nell'acquisire una certa padronanza e capacità nel vedere e affrontare problemi e nel tentare di ragionarvi sopra per risolverli, questa è la "cultura matematica" ad ogni livello. Per sviluppare queste abilità, occorre superare la mancanza di collegamenti esistenti fra le materie e soprattutto fra le diverse parti di una stessa materia, cercando di fondere i vari elementi in una visione organica. È fondamentale insistere su ciò che vi è di istruttivo in ogni ragionamento, perché ogni argomento appaia non tanto fine a se stesso quanto esempio per aiutare a ragionare da se anche su casi non analoghi. Questa possibilità di integrare in una visione unica lo studio di problemi e aspetti diversi non costituisce un trucco o un accorgimento isolato utilizzabile in qualche speciale occasione. Al contrario, la caratteristica più preziosa e

6. *Teoria delle probabilità*, Einaudi, Torino 1970.

7. http://www.brunodefinetti.it/Opere/PrefazioneamatematicaLogico-Intuitiva.pdf.

8. B. de Finetti, *Contro la "matematica per deficienti"*, « Periodico di Matematiche », vol. 50, n. 1–2 Maggio 1974.

avvincente della matematica, intendendola in senso lato e, cioè, includendovi la sua funzione quale strumento per le applicazioni, è proprio quella di aiutare a comprendere e risolvere i problemi più svariati fornendone una visione unitaria. Queste considerazioni giustificano e suggeriscono l'adozione dell'approccio fusionista all'insegnamento della matematica, e non solo. Diversamente si potrebbe giungere al paradosso della matematica presentata a pezzetti slegati e, talvolta, incoerenti, cui ben si addice la seguente descrizione, riportata da Dario Fürst[9], collaboratore di de Finetti, e tratta dal libro di Oliver Sacks *The man who mistook his wife for a hat* (*L'uomo che scambiò sua moglie per un cappello*). Sacks scrive, descrivendo la situazione del suo paziente:

« What is it? » I asked, holding up a glove,	« Che cos'è? » chiesi, sollevando un guanto,
« May I examine it? » he asked, and, taking it from me, he proceeded to examine it as he had examined the geometrical shapes.	« Posso esaminarlo? » chiese, e, prendendolo da me, continuò a esaminarlo come aveva esaminato le forme geometriche.
« A continuous surface », he announced at last, « unfolded on itself. It appears to have — he hesitated — five outpouchings, if this is the word ».	« Una superficie continua », annunciò infine, « chiuso su se stesso. Sembra avere — ha esitato — cinque borsellini che escono, se questa è la parola ».
« Yes », I said cautiously. « You have given me a description. Now tell me what it is »	« Sì », dissi con cautela. « Mi hai dato una descrizione. Ora dimmi che cosa è »
« A container of some sort? »	« Un contenitore di qualche tipo? »
« Yes », I said, « and what would it contain? »	« Sì », dissi, « e che cosa dovrebbe contenere? »
« It would contain its contents... »	« Contiene I suoi contenuti... »
... No child would have the power to see and speak of "a continuous surface... infolded on itself", but any child, any infant would immediately know a glove as a glove, see it as familiar, as going with a hand.	... Nessun bambino avrebbe il potere di vedere e parlare di "una superficie continua... chiusa su se stessa", ma ogni bambino, qualunque bambino avrebbe immediatamente riconosciuto un guanto come un guanto, oggetto familiare, che va con una mano.

Un approccio fusionista non disdegna l'intuizione, pur non contrapposta al rigore. Per dirla con de Finetti:

9. D. Fürst, *de Finetti e l'insegnamento della matematica*, in *Probabilità e induzione*, a cura di Paola Monari e Daniela Cocchi, Editrice Clueb, Bologna 1993.

> Un altro preconcetto e movente del ragionare in astratto è per molti la preoccupazione di "bandire l'intuizione, perché talvolta induce in errore". La preoccupazione può essere giustificata in delicate questioni di critica dei principi; fuori di tali situazioni eccezionali è ben maggiore il rischio di errare per mancanza del controllo dell'intuizione che non per le sue imperfezioni se è presente. Volerla bandire sarebbe come cavarsi gli occhi perché esistono le "illusioni ottiche" senza sospettare che la cecità abbia pure qualche inconveniente.[10]

E nel 1979[11] scriveva:

> Reason is but a pole, apt to aid the tree of our intuitive thinking to grow upright, or — in a different image — the salt giving some flavour to bread; however, the pole itself is not a tree, and no bread may be prepared with salt only

> La ragione è solo un palo, atto ad aiutare l'albero del nostro pensiero intuitivo a crescere in verticale, o — in un'altra immagine — il sale che dà un po' di sapore al pane; tuttavia il palo stesso non è un albero e nessun pane può essere preparato solo con il sale.

Per concludere, l'approccio di de Finetti all'insegnamento della matematica può essere così riassunto:

> Chi vuole essere un buon docente deve agire in modo tale che lo studente percepisca che l'astrazione, la costruzione di sistemi assiomatici, la formalizzazione e la deduzione logica sono solo punti di arrivo della sua esperienza, necessari per mettere meglio in luce e semplificare quello che ha già appreso e non per introdurre inutili complicazioni tecniche. Rappresentano la strada maestra per scoprire l'unitarietà dietro l'apparente diversità: un punto di arrivo, come è sempre stato nello sviluppo storico del pensiero matematico.

Una speciale particolarità di Bruno de Finetti era quella di "inventare" termini e espressioni nuovi per colpire la fantasia del lettore ed esprimere con forza e immediatezza una sua posizione. Per illustrare questa caratteristica, basterà riportare un passo tratto dall'opera *teoria delle probabilità* del 1970, a proposito della necessità della statistica "classica" di basarsi su "numerose" osservazioni analoghe (numerosità campionaria) per poter produrre "conclusioni adeguate":

10. *Programmi e criteri per l'insegnamento della matematica alla luce delle diverse esigenze*, « Periodico di Matematiche », 1965, n. 2, 119–143.

11. B. de Finetti, *Insurance and the views about probability*, « Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari », 1979, 71–83.

> Si tratterebbe di una proprietà legata all'esistenza di un mucchio: finché si hanno pochi oggetti essi non costituiscono un mucchio e nulla si potrebbe concludere, ma se sono molti il mucchio c'è e allora, ma soltanto allora, tutto il ragionamento fila. Se si pensa di aggiungere un oggetto per volta, nulla si potrà dire finché il numero è insufficiente per formare un mucchio, e la conclusione balzerà fuori (d'improvviso? Passando da 99 a 100? o da 999 a 1000?...!) quando finalmente il non mucchio si trasforma in mucchio. No, si dirà; questa versione è caricaturale; non c'è un salto netto, bensì sfumato; il non–mucchio attraverserà una fase di forse–che–sì–forse–che–no–mucchio da più–forse–che–no–che–forse–che–sì–mucchio a più–forse–che–sì–che–forse–che–no–mucchio e solo poi diverrà gradualmente un vero mucchio. Ma ciò non toglie il difetto d'origine, cioè la distinzione, concettualmente posta come fondamentale, tra "effetto di massa" e "effetto dei singoli elementi"; il riconoscere che non può esistere una separazione netta, se elimina forse, apparentemente, una circostanza paradossale, non ne estirpa la radice ed anzi mette in luce la debolezza e contraddittorietà del concetto di partenza.
>
> Non se ne esce se non negando ogni distinzione del genere. La conclusione cui si giunge sulla base di una massa di dati è determinata non globalmente, come effetto di massa, bensì come risultante, come effetto cumulativo, dell'apporto di ogni singolo dato. Conoscere l'esito di un certo numero di prove, grande o piccolo che sia, conduce dall'opinione iniziale all'opinione finale esattamente nello stesso modo che si otterrebbe pensando di venire a conoscere l'esito delle singole prove, una per volta, e di modificare ogni volta l'opinione conformemente al (piccolo in genere) influsso di una singola informazione.

Un'altra caratteristica di de Finetti era la sua capacità di trovare (inventandole o trasferendole da altre discipline) rappresentazioni grafiche, suggestive ed efficaci dal punto di vista della comunicazione immediata, da utilizzare sia per scopi didattici, che in ambito più specificamente scientifico in articoli di ricerca. Un esempio molto significativo è rappresentato dal diagramma triangolare, ormai spesso citato internazionalmente come "diagramma di de Finetti", utilizzato per rappresentare la probabilità, o meglio la distribuzione (statistica o di probabilità) di un carattere con tre modalità (o valori). Questa rappresentazione (Figura 1.) proviene dalla chimica, dove viene utilizzata per rappresentare la composizione delle leghe di tre metalli. Bruno de Finetti lo utilizzò per la prima volta per rappresentare la distribuzione genotipica di una popolazione quando, ancora studente di ingegneria, a soli 20 anni pubblicò il suo primo lavoro (deterministico perché modellava delle medie) di genetica delle popolazioni. Il lavoro di genetica delle popolazioni del 1926 fu pubblicato su « Metron »[12] e costituisce il primo esempio di modello con generazioni sovrapposte basato su equazioni differenziali e non su equazioni alle differenze, come si usava allora, e si è continuato ancora ad usare per altri 50 anni.

Il diagramma triangolare è un triangolo equilatero (A_1, A_2, A_3) di altezza unitaria. Se si pone una massa proporzionale a p_1 in A_1, proporzionale a p_2 in A_2 e a p_3 in A_3 e si prende il centro di gravità (baricentro) delle 3 masse, si ottiene un punto P, interno al triangolo, con distanza proporzionale a p_1 dal lato opposto ad A_1, p_2 dal lato opposto ad A_2 e p_3 dal lato opposto ad A_3. Pertanto, le 3 distanze rappresentano proprio la distribuzione relativa delle masse. Tali masse hanno somma unitaria nel caso siamo masse probabilistiche e quindi possono rappresentare una distribuzione di probabilità (o statistica) di tre possibili risultati, rappresentati dai vertici. Il diagramma fu utilizzato da de Finetti nell'ambito del concorso pronostici sui risultati delle partite di calcio per abituare gli studenti (e non solo) alla valutazione della probabilità (soggettiva). Il concorso pronostici prevede che ogni scommettitore non cerchi di "predire", come si fa con la schedina usuale, un risultato "secco" per ogni partita, ma attribuisca, in base alle sue informazioni, una probabilità ad ognuno dei tre risultati possibili:

— si indicano con p_1, p_2, p_x le probabilità attribuite da uno scommettitore ai tre possibili eventi (A_1= vittoria della squadra di casa, A_2= sconfitta, A_x= pareggio)[13] incompatibili ed esaustivi (necessariamente $p_1+p_2+p_x= 1$), in termini di percentuali, per esempio 50, 30, 20[14];
— chi ha scommesso ha un punteggio di penalità pari a $(A_1 - p_1)^2+(A_2 - p_2)^2+(A_x - p_x)^2$ per ogni scommessa effettuata[15];
— in base ai punteggi ottenuti si determina una classifica settimanale e una classifica a fine campionato.

12. B. de Finetti *Considerazioni matematiche sull'eredità mendeliana*, « Metron », 1926, 3–41.

13. È evidente che i tre risultati sono rappresentabili come vertici del diagramma.

14. Per praticità, nel concorso pronostici, che si svolse dal 1961 al 1969, si usava valutare la probabilità in forma percentuale, come si può verificare nell'ampia documentazione relativa e disponibile online (http://digital.library.pitt.edu/u/ulsmanuscripts/pdf/317350-33466487.pdf).

15. Una volta noto il risultato, uno degli eventi ha valore numerico 1 (quello che si è verificato) e tutti gli altri 0.

Ogni scommessa, pertanto, corrisponde graficamente a un punto nel diagramma. In base al risultato osservato, lo scommettitore riceve una penalizzazione legata alla distanza del punto dal vertice che rappresenta il risultato effettivo e dai lati opposti agli altri due. È evidente che, quanto più si è fiduciosi in uno specifico risultato, tanto più si attribuirà alta probabilità al vertice corrispondente, scegliendo un punto vicino, cioè lontano dal lato opposto e vicino agli altri due lati. Il concorso pronostici si è svolto per alcuni anni con successo ed interesse presso l'università La Sapienza di Roma e sarebbe interessante ripetere nella scuola quell'esperienza[16].

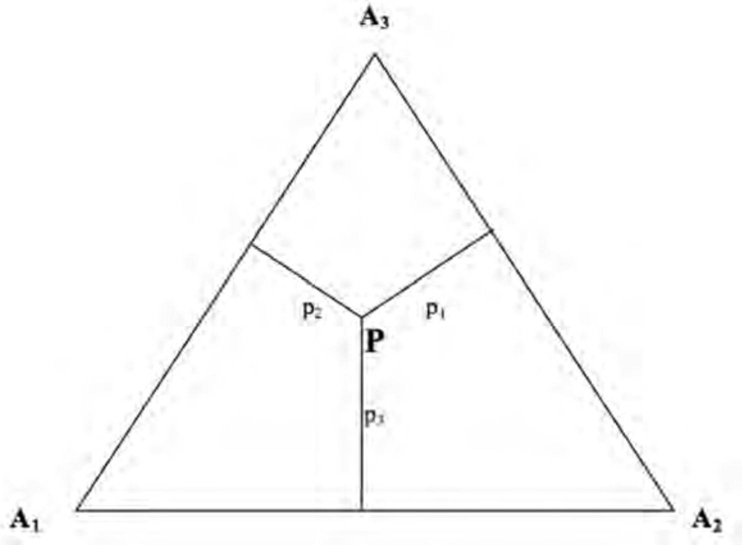

Figura 1. Diagramma triangolare.

L'aspetto grafico–geometrico era sempre particolarmente curato e utilizzato da de Finetti; non a caso uno dei suoi testi basilari sugli aspetti didattici è intitolato *Il Saper Vedere in matematica* (Ed. Loescher, Torino 1967). Sosteneva, infatti, che, prima di affrontare un problema matematico e cercarne la soluzione, occorreva "saperlo vedere" e questo era anche legato all'aspetto intuitivo, oltre che geometrico in

16. Maggiori dettagli sono disponibili online attraverso la presentazione tenuta ai Lincei per la giornata in onore di Bruno de Finetti nel 2015: https://www.sis-statistica.it/index.php?p=8794; e il volume dell'Unione matematica Italiana: https://iris.unito.it/retrieve/handle/2318/1572477/163475/UMI-A fasc dicembre 2015(1-500).pdf.