

ALEF

COLLANA DI LOGICA MATEMATICA, ALGEBRA E GEOMETRIA

4

Direttore

Alessio RUSSO

Università degli Studi della Campania Luigi Vanvitelli

Comitato scientifico

Francesco MAZZOCCA

Università degli Studi della Campania Luigi Vanvitelli

Giuseppina TERZO

Università degli Studi della Campania Luigi Vanvitelli

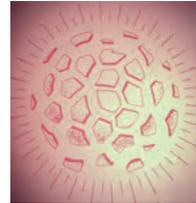
Paolo LINATI

Mathesis. Società Italiana di Scienze Fisiche e Matematiche

Katia SANTISI

Università degli Studi di Catania

Il logo richiama il *paradosso di Banach–Tarski*, per il quale, accettando l'assioma della scelta, è possibile ripartire una sfera di \mathbb{R}^3 in un numero finito di parti e, mediante rotazioni e traslazioni, ricomporle ottenendo due sfere aventi lo stesso volume della sfera data.



L'essenza della Matematica è nella sua libertà

George CANTOR

Áleph (\aleph) è la prima lettera dell'alfabeto fenicio e la prima lettera dell'alfabeto ebraico. In matematica il simbolo \aleph_0 (*aleph-zero*) indica il numero cardinale dell'insieme dei numeri naturali ed è il più piccolo numero cardinale transfinito.

La nascita e lo sviluppo della teoria degli insiemi, a partire dalla seconda metà dell'Ottocento, fu resa possibile dall'accettazione, principalmente da parte di Cantor, del concetto di infinito attuale. Il linguaggio degli insiemi è l'alfabeto comune con cui si esprimono la Logica, l'Algebra e la Geometria e la maggior parte dei settori della Matematica.

Le tre discipline, negli ultimi due secoli, hanno avuto un considerevole e progressivo sviluppo, sia teorico che pratico, tale da costituire oggi il nucleo di base e il fondamento delle competenze nella maggior parte delle aree scientifiche. Tutto ciò ha reso necessaria la conoscenza sempre più approfondita ed estesa dei risultati ottenuti e dei metodi coinvolti nell'ambito della ricerca di queste tre materie.

ALEF ha, tra i suoi obiettivi, proprio quello di soddisfare tale esigenza di divulgazione e diffusione di dati, teorie, modelli e metodi, attraverso pubblicazioni che accolgano manuali universitari e cicli di lezioni di dottorato, monografie e atti di convegni, sia nazionali che internazionali.

Elvira Immacolata Locuratolo

**Dalle conoscenze scientifiche
all'accrescimento del sapere**





Aracne editrice

www.aracneeditrice.it
info@aracneeditrice.it

Copyright © MMXIX
Giacchino Onorati editore S.r.l. – unipersonale

www.giacchinoonoratieditore.it
info@giacchinoonoratieditore.it

via Vittorio Veneto, 20
00020 Canterano (RM)
(06) 4551463

ISBN 978-88-255-2778-0

*I diritti di traduzione, di memorizzazione elettronica,
di riproduzione e di adattamento anche parziale,
con qualsiasi mezzo, sono riservati per tutti i Paesi.*

*Non sono assolutamente consentite le fotocopie
senza il permesso scritto dell'Editore.*

I edizione: ottobre 2019

Indice

- 7 *Presentazione*
- 9 *Introduzione*
- 13 **Capitolo I**
Domini scientifici
- 1.1. Teoria dei concetti, 13 – 1.2. Matematica, 16 – 1.3. Teoria dei concetti e geometria analitica, 23 – 1.4. Esercizi, 27.
- 29 **Capitolo II**
Nascita dell'informatica
- 2.1. Verso la geometria computazionale, 29 – 2.1.1. *Definizioni*, 31 – 2.1.2. *Categorie di problemi geometrici*, 33 – 2.1.3. *Tecniche algoritmiche*, 35 – 2.1.4. *Definire l'ambito scientifico*, 40 – 2.2. Verso le basi di dati, 42 – 2.2.1. *Classi concettuali di basi di dati*, 47 – 2.2.2. *Relazioni di specializzazione tra classi di basi di dati*, 49 – 2.2.3. *Algoritmi di partizionamento*, 53 – 2.2.4. *Trasformazioni statiche e dinamiche nelle basi di dati*, 58 – 2.3. Esercizi, 61.
- 65 **Capitolo III**
Decomposizione di grafi concettuali
- 3.1. Partizionamento per decomposizioni più fini, 66 – 3.1.1. *Caratterizzare l'ambito scientifico*, 74 – 3.2. Ambito scientifico classi/concetti, 77 – 3.2.1. *Definizioni e problemi geometrici*, 78 – 3.2.2. *Caratterizzare l'ambito*, 85 – 3.2.3. *Relazionare i nuovi ambiti*, 90 – 3.3. Esercizi, 93.
- 97 **Capitolo IV**
Applicazioni
- 4.1. Matematica nelle scienze statistiche, 97 – 4.1.1. *Dati statistici correlati a conoscenze umanistiche*, 99 – 4.1.2. *Collegamenti tra tipologie di istogrammi*, 101 – 4.1.3. *Rapporti statistici*, 105 – 4.2. Esercizi, 107.

8	Indice
109	<i>Bibliografia</i>
113	<i>Appendice</i>
115	<i>Conclusioni</i>
117	<i>Ringraziamenti</i>

Presentazione

Il libro è indirizzato a lettori che intendono orientarsi verso attività di ricerca interdisciplinari negli ambiti della matematica, della filosofia e dell'informatica. Le descrizioni trattano brevemente sia la formazione di domini scientifici consolidati, come l'algebra e la geometria verso la geometria analitica e l'analisi matematica, sia aspetti dinamici, come i nuovi domini scientifici *Partizionamento per Decomposizioni più fini e Ambito scientifico classi/concetti*.

John von Neumann (1903-1957) enfatizzando il valore *dell'Analisi Matematica* scrisse:

Penso che l'analisi matematica definisca più chiaramente di ogni altro campo l'inizio della matematica moderna; e il suo sviluppo logico rappresenta ancora oggi il progresso tecnico più evoluto del pensiero esatto. Quando c'è un movimento o una crescita, quando una forza agisce per produrre un'accelerazione, l'analisi matematica è lo strumento giusto per modellare fenomeni dinamici dell'universo e del mondo intorno a noi.

Le radici dell'*analisi matematica* risalgono alla geometria greca classica, ma la sua invenzione è opera principalmente degli scienziati del XVII secolo. Da un punto di vista storico, essa si è avvalsa del contributo di molte persone, tra le quali possiamo citare le grandi produzioni di Newton (1642-1727) e Leibniz (1646-1716).

Oggi, l'analisi matematica e le sue estensioni fanno parte di quasi tutti i campi professionali, come ad esempio quelli legati all'economia, alla biologia, alla fisiologia, all'ingegneria, e a tante altre branche del sapere.

Qual è l'importanza dell'*Informatica* rispetto alla *filosofia matematica* di Leibniz? Bernard Russell: *The philosophy of Leibniz*, 1900, 8 scrisse: « That all sound philosophy should begin with an analysis of propositions, is a truth too evident, perhaps, to demand a proof ».

Stabilire Connessioni tra la filosofia matematica di Bernard Russell e l'informatica è stato oggetto di studio del Prof. Palomäki J. J. durante la sua tesi di laurea (Palomäki, 1994). In tale volume egli attribuì almeno cinque differenti ruoli alla nozione di proposizione. Di questi, quella più importante per gli scopi del nostro volume è la seguente: *una proposizione è l'intendimento o il significato di una sentenza*.

Qual è l'importanza dei risultati di ricerca *partizionamento per decomposizioni più fini e l'ambito scientifico classi/concetti*?

Ontologie e strutture per analizzare e preservare concetti possono essere correlate o meno al dominio scientifico delle basi di dati. Le proprietà di completezza di concetti e completezza classi/concetti assumono un significato ben più ampio rispetto alla corrispondente proprietà di completezza di algoritmi basati sulle decomposizioni più fini. Analogamente dicasi per la proprietà di *correttezza*. Nel presente volume, è stato evidenziato che lo spazio dei concetti è ampio, inesplorato, aperto. In tale spazio, sono localizzati concetti, ontologie e strutture di concetti. Esse possono essere complete, incomplete, non necessariamente correlate al dominio scientifico dell'informatica, e lasciano spazio per avanzamenti di ricerca futuri. Un aforisma di Albert Einstein dice: « L'immaginazione è più importante della conoscenza ».

Subject Classifications: (Primary and Secondary): 97GXX Geometry, 97HXX Algebra, 97G70 Analytic Geometry, Concept Theory, I.3.5 Computational Geometry and Object Modeling, 97.E.60 Set, Relation, Set theory, 97.R.50 Data Bases, 97.P.XX Computer Science, Information Technology.

Introduzione

Un *dominio scientifico* è una disciplina, come la *matematica*, o *teoria dei concetti*. Esso può essere generato *ex novo*, può prendere origine da un vecchio dominio; può scaturire dalle relazioni con altri domini. Motivazioni sono alla base dell'origine di un dominio scientifico così come della sua evoluzione. Focalizzare l'attenzione sui domini scientifici è utile da vari punti di vista: per ragioni culturali, gli storici possono essere interessati a studiare l'evoluzione nel corso dei tempi di domini scientifici classici, come l'*algebra* e la *geometria* verso l'*analisi matematica*. I *ricercatori* possono essere interessati a studiare relazioni inesplorate tra domini scientifici noti e ad individuare *nuovi ambiti* all'interno dei quali produrre *avanzamenti di conoscenze*. I percorsi storici che hanno portato alla formazione di strutture consolidate di domini scientifici definiscono le *conoscenze statiche*. *Fenomeni nuovi* correlati alla *origine* di ulteriori domini scientifici, così come all'*applicabilità* di concetti provenienti da una disciplina a nuovi ambiti di conoscenze, definiscono le *conoscenze dinamiche*.

Il dominio scientifico *teoria dei concetti* prende origine dalla *filosofia*, mentre il dominio scientifico *Informatica* prende origine dalla *matematica*. Si osservi, tuttavia, che non tutta la conoscenza sulla filosofia è utilizzata per definire il dominio scientifico della teoria dei concetti, così come non tutta la conoscenza sulla matematica è utilizzata per definire il dominio scientifico Informatica.

Un concetto *peculiare* della teoria dei concetti rispetto alla filosofia è la *formalità*, così come un concetto *peculiare* dell'informatica rispetto alla matematica è l'*informazione*. I concetti esistono indipendentemente dalla loro formalizzazione, pertanto la teoria dei concetti, in

quanto *formale*, ha connotazione propria rispetto alla filosofia. Essa, tuttavia, ha spaziato in ambiti prevalentemente astratti, e pertanto si è dimostrata carente nello stabilire agganci con domini scientifici a carattere più pratico. La peculiarità *informazione* del dominio scientifico *informatica* è legata al concetto matematico di *misurabilità*; tuttavia, per motivi di importanza pratica, gli studi riguardanti l'*Informatica* sono stati quasi subito rivolti alle tecniche di risoluzione di problemi tramite l'uso del *computer*, e al trattamento delle operazioni eseguibili sulle informazioni.

Il dominio scientifico *informatica* è andato così strutturandosi in sottodomini, come *algoritmica* per il calcolo e la soluzione automatica di problemi, *strutture dati* per la rappresentazione dei dati, e *basi di dati*, per la memorizzazione di grosse moli di dati e per il loro veloce recupero. Tali sottodomini hanno generato a loro volta ulteriori ambiti scientifici, come *i sistemi per la gestione di basi di dati* e *l'ingegneria del software*. Oggi, l'*informatica* si avvale di numerosi e avanzati campi scientifici e applicativi.

In Fig. 1, si riportano i domini scientifici *teoria dei concetti*, *informatica*, e *basi di dati* tramite tondini e frecce orientate verso le discipline di origine. Le peculiarità sono riportate sui segmenti orizzontali.

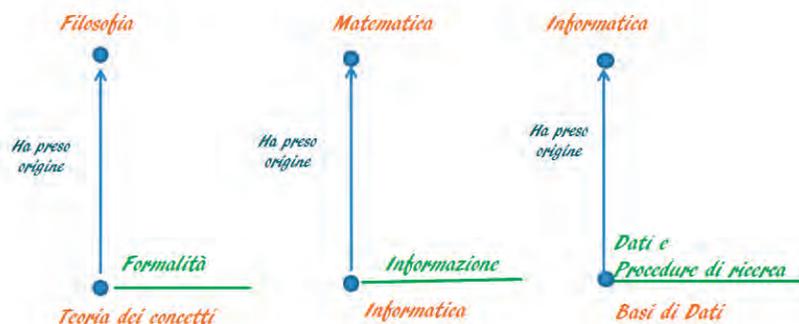


Figura 1. Origine di domini scientifici.

Il libro si compone di quattro capitoli:

- a) nel primo capitolo, l'enfasi è su concetti classici della *teoria dei concetti* e della *matematica*, in particolare della *geometria anali-*

- tica*, e sulle relazioni tra tali discipline. Il capitolo e gli esercizi proposti sono di stimolo al ragionamento;
- b) nel secondo capitolo, si considera l'evoluzione del dominio scientifico *matematica* verso l'*informatica*. In particolare, si descrive il passaggio dall'*algebra* e dalla *geometria euclidea* verso la *geometria computazionale*, e dalla *teoria degli insiemi* verso le *basi di dati*. Il capitolo è premessa per definire buoni algoritmi e buone strutture dati da relazionare ad algoritmi e strutture di concetti;
- c) nel terzo capitolo, si discutono le *conoscenze dinamiche* ottenute dai risultati di ricerca sulle relazioni tra *teoria dei concetti* e *basi di dati*. In particolare, si descrivono i nuovi ambiti scientifici *partizionamento per decomposizioni più fini di grafi concettuali* e *ambito scientifico classi/concetti*. Relazioni di equivalenza tra i due ambiti scientifici consentono di orientarsi da un dominio scientifico all'altro;
- d) strutture di concetti per analizzare e preservare classi/concetti e proprietà di tali strutture sono utilizzate come punti di riferimento nello spazio dei nuovi ambiti introdotti, dove sia strutture formali, sia strutture informali, possono essere allocate;
- e) nel quarto capitolo, si propongono applicazioni mirate a favorire l'accrescimento delle conoscenze in campi di studi e di ricerche originati dall'*informatica*.