

Αοι



Vai al contenuto multimediale

Desidero ringraziare Luca Zulberti e Massimiliano Rossi che mi hanno dato una mano nel difficile compito di revisione di questo testo.

Rodolfo Giometti

Giochi matematici (e non solo) per supplenti

Ovvero come insegnare divertendo





Aracne editrice

www.aracneeditrice.it
info@aracneeditrice.it

Copyright © MMXIX
Gioacchino Onorati editore S.r.l. – unipersonale

www.gioacchinoonoratieditore.it
info@gioacchinoonoratieditore.it

via Vittorio Veneto, 20
00020 Canterano (RM)
(06) 45551463

ISBN 978-88-255-2467-3

*I diritti di traduzione, di memorizzazione elettronica,
di riproduzione e di adattamento anche parziale,
con qualsiasi mezzo, sono riservati per tutti i Paesi.*

*Non sono assolutamente consentite le fotocopie
senza il permesso scritto dell'Editore.*

I edizione: giugno 2019

*A Valentina,
Romina e Raffaele*

Indice

- 11 *Introduzione*
- 13 **Capitolo I**
Il primo giorno di Matematica
1.1 $0,999999\dots = 1?$, 13 – 1.2 $1 + 1 = 1$, 14 – 1.3 Quanto è largo il fiume?, 15 – 1.4 I 31 pezzi del domino, 17 – 1.5 Le età delle ragazze, 18
- 21 **Capitolo II**
Il primo giorno di Fisica
2.1 La pallina di sughero e la molla in ascensore, 21 – 2.2 L'aereo sul tapis roulant, 22 – 2.3 Astro Sam sulla ISS, 23 – 2.4 Il baricentro della scatola, 25 – 2.5 Come ti calcolo la velocità della luce, 26
- 31 **Capitolo III**
Il primo giorno di Informatica
3.1 Operazioni impossibili, 32 – 3.2 Numeri autoreferenziali, 32 – 3.3 La macchina genera numeri, 37 – 3.4 Il gioco a premi, 39 – 3.5 Le ultime due cifre, 41
- 45 **Capitolo IV**
Per chiudere la lezione
4.1 La migliore offerta, 45 – 4.2 L'esploratore, 46 – 4.3 Chi guarda chi?, 47 – 4.4 3 alla 3 alla 3 alla 3..., 48 – 4.5 Il triangolo nel cerchio, 50 – 4.6 Gli ingranaggi, 51 – 4.7 La funzione misteriosa, 52 – 4.8 Maschio o femmina?, 53 – 4.9 La raccolta fondi, 54
- 55 **Capitolo V**
Esercizi facili facili... o no?
5.1 Quanto pesa un mattone?, 55 – 5.2 Quanti quadrati?, 55 – 5.3 La racchetta e la pallina, 56 – 5.4 Lo sconto conveniente, 57 – 5.5 Le dozzine, 57 – 5.6 Il braccialetto spezzato, 58 – 5.7 Le lumache, 59 – 5.8 I numeri non primi consecutivi, 59 – 5.9 I contagiri della bici, 60 – 5.10 Triangoli in quadrato, 61 – 5.11 La scommessa di Arturo, 62 – 5.12 Il volo del gabbiano, 63 – 5.13 I carrelli della spesa, 64 – 5.14 Som-

ma esponenziale, 66 – 5.15 I numeri CIC, 66 – 5.16 La sequenza, 67 – 5.17 Il biliardo, 68 – 5.18 Il Signore e il Furfante, 70

71 Capitolo VI

Curiosità matematiche

6.1 Circonferenza+1, 71 – 6.2 La Notazione Polacca Inversa, 72 – 6.3 Quante cifre?, 73 – 6.4 Somma di 4 quadrati e 3 quadrati, 74 – 6.5 i alla i alla i, 75 – 6.6 Irrazionali e razionali, 75 – 6.7 Apri e chiudi la porta, 76

79 Capitolo VII

Giochi con le equazioni

7.1 Il peso delle bilie, 79 – 7.2 La corsa, 80 – 7.3 Le penne del Prof., 80 – 7.4 La vacanza di Laura, 81 – 7.5 La scala, 82 – 7.6 La bilancia sbilanciata, 83 – 7.7 La scala a pioli, 84 – 7.8 Le soluzioni intere, 85 – 7.9 L'altezza del lampione, 86 – 7.10 L'insetto sull'elastico, 87

89 Capitolo VIII

Giochi di ingegno o strategia

8.1 Collega i punti, 89 – 8.2 Il torneo di scacchi, 89 – 8.3 Salto il fosso?, 90 – 8.4 Misurare il tempo, 92 – 8.5 Svuotare la piscina, 92 – 8.6 Il cieco e le pillole, 93 – 8.7 I dieci sacchetti di monete, 93 – 8.8 Indovina la coppia, 94

97 Capitolo IX

Giochi di logica

9.1 Chi mente e chi no, 99 – 9.2 Le figure geometriche, 98 – 9.3 Le frasi autoreferenziali, 98 – 9.4 Lo scalatore, 99 – 9.5 Grandi uomini e grandi donne, 101 – 9.6 Nubile o sposata?, 102 – 9.7 Le scatole di mele, 103 – 9.8 L'assassinio, 104 – 9.9 Il giovane e il vecchio, 105 – 9.10 Il numero di divisori, 106

107 Capitolo X

Giochi sulle probabilità

10.1 La pesca delle palline, 107 – 10.2 I punti sul cerchio, 109 – 10.3 La sfida, 111 – 10.4 L'interrogazione, 112 – 10.5 Formare un triangolo da un quadrato, 113 – 10.6 Somma 18, 114

117 Capitolo XI

Problemi di geometria

11.1 Il percorso più breve, 117 – 11.2 L'isola a triangolo rettangolo, 119 – 11.3 Il tergi-crystalli, 121 – 11.4 Il residuo delle sfere, 123 – 11.5 Il taglio della torta, 125 – 11.6

La superficie misteriosa, 128 – 11.7 La somma dei quadrati, 130 – 11.8 I tre cerchi nel rettangolo, 131

135 Capitolo XII

Problemi di Fisica

12.1 Attrazione gravitazionale tra mele, 135 – 12.2 Il tappo galleggiante, 136 – 12.3 La velocità media, 137 – 12.4 Il taglio delle siepi, 138 – 12.5 La corona di Artù, 139 – 12.6 Il palloncino in auto, 139 – 12.7 La pista d'atletica, 140 – 12.8 L'atleta sulla Luna, 142 – 12.9 Il palloncino immerso, 142 – 12.10 La clessidra galleggiante, 143 – 12.11 Il fiasco, 145 – 12.12 Il sassolino nel pesce, 145 – 12.13 I due cannoni, 146 – 12.14 La bilancia anomala, 149 – 12.15 Gara di rotolamento, 153 – 12.16 La pila di tessere del domino, 155 – 12.17 Uno speciale motore spaziale, 158 – 12.18 Pentacolo di resistenze, 162

165 Capitolo XIII

I rompicapo

13.1 55555, 165 – 13.2 L'eredità, 166 – 13.3 La merenda in gita, 166 – 13.4 La ninfea nel lago, 167 – 13.5 La punizione del piccolo Gauss, 168 – 13.6 L'ultima diversa da 0, 171 – 13.7 Le due squadre, 173 – 13.8 La griglia numerata, 174 – 13.9 Il codice della cassaforte, 176 – 13.10 Il campo del conte Arturo, 179 – 13.11 I numeri sulla scacchiera, 181 – 13.12 Le sezioni delle tessere del domino, 182 – 13.13 I numeri ClaZan, 183 – 13.14 L'ottimizzazione, 184 – 13.15 I numeri PIN, 186 – 13.16 I triangoli rettangoli, 188 – 13.17 La sbarra e la bilancia, 190 – 13.18 La raccolta funghi, 191 – 13.19 La macchina di Reymond, 192 – 13.20 Quanti zeri?, 193 – 13.21 Il gioco del polinomio, 197

201 Capitolo XIV

La bellezza dell'Infinito

14.1 La radice infinita, 201 – 14.2 Trabocca o non trabocca?, 205 – 14.3 Gli infiniti hotel infiniti, 208 – 14.4 La griglia infinita di resistenze, 210 – 14.5 I cerchi nel quadrato, 213

217 *Bibliografia*

Introduzione

Sono da sempre stato un amante della Matematica e in special modo mi piacciono i suoi aspetti più semplici e curiosi, cioè quelle curiosità matematiche che, da una parte essendo non troppo *complesse* si possono proporre alla maggior parte delle persone avendo ottime possibilità di essere compresi, e dall'altra che, facendo vedere una Matematica molto più divertente ed interessante della (purtroppo molto spesso) *noiosa* materia che si fa a scuola, incuriosiscono anche chi la Matematica l'ha sempre odiata.

Quando ho iniziato a fare supplenze in diversi istituti superiori della mia provincia prevalentemente come professore di Matematica ho notato che, in generale, gli studenti non consideravano questa materia come una *cosa bella* ma solo come una *cosa da fare*. Quindi ho iniziato, durante le pause o alla fine della lezione, a proporre loro alcuni dei giochi che troverete in questo libro e (sorpresa!) molti di loro si interessavano e facevano domande! Non solo, arrivavo a situazioni in cui erano loro stessi a chiedermi di proporgliene sempre di nuovi. Si pensi che, poiché non sempre davo subito la soluzione, alcuni di loro continuavano a cercarla anche a casa fino alla lezione successiva dove si premuravano di espormi ciò a cui erano arrivati! E si noti che questi studenti non erano affatto quelli che comunemente venivano definiti *secchioni*... anzi, molto spesso erano più partecipi quelli che, fino a quel momento, credevano che la Matematica fosse solo una cosa noiosa.

Qualche anno fa quando ho iniziato a pubblicare sul mio profilo Facebook una parte di questi stessi enigmi per puro diletto ed ho poi continuato sul gruppo Facebook *Giochi matematici e non solo* dove, oltre a trovare nuovi enigmi e spunti per crearne di nuovi, ho anche incontrato persone con la mia stessa passione e con le quali mi sono confrontato spesso. A tal proposito desidero ringraziare Greena Sofia Mancini, Roberto Navone, Claudio Zanetti, Carmelo Giugno, Alek Mugnozzo, Fabio DF, Silvestro Giordano, Paolo Trotta, Roberto Sarti, Arturo De Biasi, Leonardo Ciuffreda, Claudio Comp Comp, Silvano

di Natale e tutti coloro che (chiedo scusa in anticipo a chi ho sicuramente dimenticato) hanno interagito con me con suggerimenti e consigli costruttivi i quali poi mi hanno permesso di arrivare alla forma finale proposta in questo libro.

Man mano che pubblicavo giochi ho notato un certo interesse in ciò che scrivevo e allora mi son detto: «magari raccolgo tutto in un libro e lo pubblico!». Ed eccoci qua... spero che il risultato sia di vostro gradimento.

In questo libro ho raccolto una parte di tutti gli enigmi matematici in cui mi sono imbattuto in tanti anni di letture sull'argomento; ho raccolto quelli che, a mio parere, la maggior parte dei lettori (e dei loro eventuali alunni) possono risolvere e, anche quando non lo facessero, ne possono comprendere la soluzione abbastanza agilmente. Alcuni sono banali, altri sembrano banali, altri son difficili mentre altri sembrano difficili! Nessuno però richiede una conoscenza molto approfondita della Matematica o della Fisica, basta quello che si è imparato alle scuole Superiori ed un po' di inventiva.

Per ogni problema ho aggiunto una spiegazione da me rivisitata in modo da renderla la più esaustiva possibile, affinché chiunque possa in seguito riprendere questi problemi per riproporli a sua volta, magari modificandoli ulteriormente per migliorarli!

Essendo anche un programmatore, in alcuni problemi, ho aggiunto un semplice programma scritto in Python che cerca di risolvere l'enigma utilizzando la tecnica del *brute-force* (in italiano: *forza-bruta*; cioè enumerando e provando tutte le possibili combinazioni e/o testando tutti i possibili casi in modo da trovare la soluzione al problema). Spero che anche questa parte sia interessante per il lettore al quale chiedo subito scusa se, per deformazione professionale, ho lasciato i commenti nei programmi in lingua inglese (in ogni caso credo non sia un problema per chi è avvezzo alla programmazione).

Una nota prima di chiudere: nella bibliografia ho riportato la lista (non esaustiva) di tutti i testi che ho letto e dai quali ho in parte estratto dei giochi modificandoli, semplificandoli quando necessario e/o migliorandoli quando possibile; se il lettore apprezzerà quindi quello che ho scritto in questo libro può poi trovare degli approfondimenti in questi testi che consiglio vivamente a tutti di leggere in ogni caso.

Il primo giorno di Matematica

Appena entrato in aula, dopo le solite presentazioni di rito con gli alunni e alcune domande per capire a che punto sono del programma, cerco di instaurare un rapporto con la classe facendo degli esempi curiosi sulla Matematica.

Uno di questi che cattura sempre un certo successo è quello relativo al numero $0,\overline{9}$. Vi assicuro che questo genera non poco scompiglio! Una volta mi è capitato di passarci quasi tutta l'ora di lezione...

1.1. $0,999999\dots = 1$?

Sia $x = 0,\overline{9}$ (cioè 0 virgola 9 periodico) allora si ha:

$$10x = 9,\overline{9}$$

Che possiamo riscrivere come:

$$10x = 9 + 0,\overline{9}$$

Ma dato che $x = 0,\overline{9}$ allora possiamo risostituire la x a $0,\overline{9}$ ed otteniamo:

$$10x = 9 + x$$

Da cui risolvendo per x si ottiene $x = 1$! Com'è possibile che accada tutto ciò? □

È possibile perché il numero $0,\overline{9}$, in Matematica, è un altro modo per scrivere il numero 1. Cioè vale l'uguaglianza:

$$0,\overline{9} = 1$$

Che questo sia vero possiamo arrivarci anche considerando che:

$$\frac{1}{3} = 0,\overline{3}$$

Quindi moltiplichiamo per 3 entrambi i membri ottenendo:

$$3 \cdot \frac{1}{3} = 0,\overline{3} \cdot 3$$

Al primo membro semplifichiamo i due 3 e rimane un 1 mentre al secondo otteniamo $0,\overline{9}$.

Un altro esempio curioso che potete fare è il classico calcolo che “dimostra” che $1 + 1 = 1$; qui potete cercare di attrarre l’attenzione degli studenti chiedendo loro di scoprire dove sta l’*inghippo*.

1.2. $1 + 1 = 1$

Sia $x = 1$, allora $x^2 = 1$ e quindi posso scrivere la seguente equazione:

$$x^2 - 1 = x - 1$$

Ma $x^2 - 1$ è un noto prodotto notevole chiamato differenza di quadrati, quindi lo possiamo riscrivere come segue:

$$(x + 1)(x - 1) = x - 1$$

Ora semplifichiamo il termine $x - 1$ ad entrambi i membri ed otteniamo:

$$x + 1 = 1$$

Ma $x = 1$ per ipotesi iniziale, quindi si ottiene:

$$1 + 1 = 1$$

Com’è possibile? \square

Qui il passo falso che viene compiuto è abbastanza semplice ma molto subdolo e quasi sempre sfugge ai più perché non ci si pone la dovuta attenzione.

Subito dopo la sostituzione della differenza di quadrati otteniamo:

$$(x + 1)(x - 1) = x - 1$$

Quando semplifichiamo il termine $x - 1$ commettiamo un illecito perché abbiamo supposto $x = 1$ e quindi $x - 1 = 0$! Cioè stiamo dividendo per 0, cosa che ovviamente non è ammessa.

Se invece non volete forzare troppo la mano con calcoli matematici potete tentare di fare un quiz di ingegno, proprio come un bravo boy scout dovrebbe fare!

Tutte le volte che ho presentato questo quiz e non ho dato subito la soluzione, invitando quindi gli studenti a sforzarsi un po' per risolverlo, mi è capitato che uno o più di questi tornasse proponendomi un suo metodo di risoluzione, dimostrandomi quindi non poco interesse a ciò che gli avevo proposto!

1.3. Quanto è largo il fiume?

Siete sulla riva di un fiume piuttosto largo in un tratto rettilineo. Dall'altra parte del fiume, ben distante, vedete un albero sull'argine mentre, dalla vostra parte, notate un grosso masso a qualche decina di passi da voi e anch'esso sull'argine.

Sapreste trovare un metodo per stimare con buona approssimazione quanto è largo il letto del fiume avendo a disposizione solo un metro lungo al massimo 3 m e senza andare dall'altra parte a nuoto? □

Basta mettersi di fronte all'albero in modo perpendicolare al corso del fiume come in figura 1.1 ed individuare, sulla riva, il punto A .

Con il metro misuriamo la distanza dal punto A al sasso (chiamiamo S il punto dove sta il sasso) ed individuiamo il segmento \overline{AS} (che sarà lungo d); poi individuiamo il punto B , sempre sulla riva, oltre il

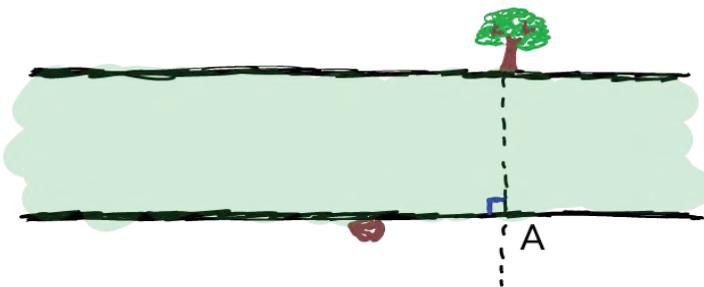


Figura 1.1. Troviamo il punto A sull'altra riva.

sasso alla stessa distanza d da A (si avrà $\overline{AS} = \overline{BS} = d$) come in figura 1.2. A questo punto si inizia a muoversi perpendicolarmente al corso del fiume, allontanandosi dalla riva, fino a che visivamente non si allinea il sasso con l'albero; si individuerà quindi un punto C come in figura 1.3.

Detto T il punto dove si trova l'albero, è facile vedere che i triangoli \widehat{SBC} e \widehat{SAT} sono uguali poiché rettangoli con un angolo e un lato uguali; per cui basta misurare con il metro la distanza \overline{BC} per sapere quanto è largo il letto del fiume.

Un altro enigma che ha le stesse caratteristiche di quello precedente, ma questa volta di logica, è quello del posizionamento dei trentuno pezzi del domino.

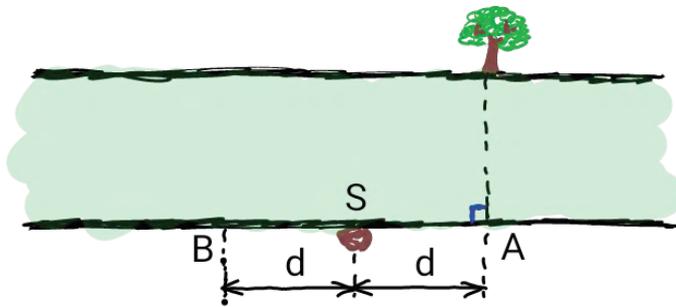


Figura 1.2. Troviamo il punto d oltre il sasso.

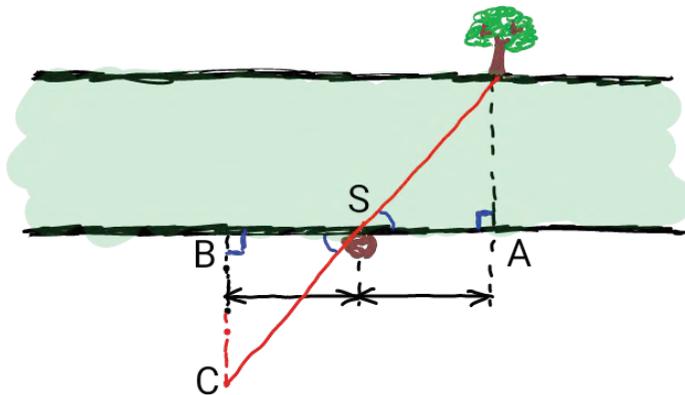


Figura 1.3. In fine si trova il punto in cui sasso ed albero sono allineati.