

MATEMATICHE COMPLEMENTARI

FONDAMENTI, STORIA E DIDATTICA DELLA MATEMATICA

I2

Direttore

Luigi MAIERÙ

Dipartimento di Matematica e Informatica
Università della Calabria

Comitato scientifico

Aldo BRIGAGLIA

Dipartimento di Matematica
Università degli Studi di Palermo

Bruno D'AMORE

NRD (Nucleo di Ricerca in Didattica della Matematica)
Dipartimento di Matematica, Università di Bologna

Luca DELL'AGLIO

Dipartimento di Matematica e Informatica
Università della Calabria

Martha Isabel FANDIÑO PINILLA

NRD (Nucleo di Ricerca in Didattica della Matematica)
Dipartimento di Matematica, Università di Bologna

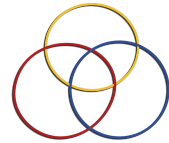
Emilia FLORIO

Dipartimento di Matematica e Informatica
Università della Calabria

Massimo GALUZZI

Dipartimento di Matematica
Università degli studi di Milano

MATEMATICHE COMPLEMENTARI
FONDAMENTI, STORIA E DIDATTICA DELLA MATEMATICA



La matematica altri non è che il lato esatto del nostro pensiero.

Luitzen Egbertus Jan BROUWER

La collana è dedicata a studi e ricerche sui Fondamenti, sulla Storia e sulla Didattica della Matematica, dando rilievo agli aspetti culturali di questa disciplina, cogliendone le varieguate espressioni e approfondendo la sua incidenza nella formazione umana e disciplinare. La collana, perciò, accoglie:

- studi sui Fondamenti della Matematica e la loro storia;
- ricerche di Storia della Matematica (sviluppo storico di idee e metodi, corrispondenze tra matematici, edizioni critiche di manoscritti, ecc. . .);
- proposte di percorsi dai contenuti storici a una loro riproposizione didattica;
- scritti di divulgazione dei contenuti matematici e della loro incidenza nello sviluppo di altre scienze;
- riflessioni sugli aspetti generali della Didattica della Matematica (dall'antropologia alle scienze psico-pedagogiche e alle neuroscienze);
- proposte di Didattica della Matematica relative a modalità differenti di attività didattiche in una classe di alunni;
- proposte di Didattica della Matematica con l'uso costante di nuove tecnologie.

Per l'eventuale inserimento in collana, ogni opera viene sottoposta alla valutazione del Comitato Scientifico e di esperti del settore, qualora necessario.

Luigi Maierù

**I *Libri aritmetici* di Diofanto
nella cultura matematica
del Cinque–Seicento latino
dal 1572 al 1670**





Aracne editrice

www.aracneeditrice.it
info@aracneeditrice.it

Copyright © MMXVIII
Gioacchino Onorati editore S.r.l. – unipersonale

www.gioacchinoonoratieditore.it
info@gioacchinoonoratieditore.it

via Vittorio Veneto, 20
00020 Canterano (RM)
(06) 45551463

ISBN 978-88-255-1917-4

*I diritti di traduzione, di memorizzazione elettronica,
di riproduzione e di adattamento anche parziale,
con qualsiasi mezzo, sono riservati per tutti i Paesi.*

*Non sono assolutamente consentite le fotocopie
senza il permesso scritto dell'Editore.*

I edizione: novembre 2018

*Al cardiologo Gianluca Quirino
che con solerte e
amorevole attenzione
si prende cura del mio cuore

con gratitudine*

Indice

| | |
|---|----|
| Prefazione | 13 |
| Introduzione | 17 |
| Capitolo I | |
| I Libri aritmetici di Diofanto e la loro trasmissione tra i matematici arabi dei secc. IX-XIII e nel Medioevo latino | |
| Introduzione | 21 |
| I Libri aritmetici di Diofanto | 23 |
| La tradizione attorno allo scritto di Diofanto | 45 |
| L'analisi indeterminata nel trattato di algebra di Abū Kāmil | 50 |
| Al-Karajī, i polinomi, il calcolo algebrico astratto e l'analisi indeterminata | 58 |
| La ricerca delle soluzioni intere nel sec. X. | |
| Al-Sijzī e la geometria degli interi | 65 |
| Ibn al-Haytham e le congruenze | 74 |
| I problemi indeterminati negli scritti di Fibonacci | 78 |
| Conclusione | 90 |
| Capitolo II | |
| I Libri aritmetici di Diofanto entrano nella cultura dell'Occidente: l'algebra di R. Bombelli (1572) | |
| Introduzione | 93 |

| | |
|--|-----|
| Bombelli conosce Diofanto | 95 |
| La soluzione algebrica di alcuni problemi “aritmetici” | 100 |
| Conclusione | 129 |

Capitolo III

La prima edizione latina dei *Libri aritmetici*

è opera dell’umanista filologo Wilhelm Xilander (1575)

| | |
|---|-----|
| Introduzione | 131 |
| Xilander studia e traduce i <i>Libri aritmetici</i> di Diofanto | 133 |
| La traduzione della prima proposizione di ognuno dei sei libri | 136 |
| Conclusione | 152 |

Capitolo IV

I *Libri aritmetici* tradotti e studiati

da Simon Stevin (1585) e da Albert Girard (1625, 1634)

| | |
|---|-----|
| Introduzione | 155 |
| La traduzione dei <i>Libri aritmetici</i> di Stevin e di Girard | 157 |
| Il <i>Probl. 81 de L’arithmétique</i> redatto secondo lo stile diofanteo | 162 |
| Le “Questioni” dei primi quattro libri di Diofanto secondo la traduzione di Stevin | 170 |
| La traduzione dei libri quinto e sesto a opera di Girard | 180 |
| Conclusione | 189 |

Capitolo V

François Viète, lettore e interprete di Diofanto,

avvia la “nuova algebra” (1591, 1593)

| | |
|--|-----|
| Introduzione | 191 |
| Problematiche operative e di linguaggio nella <i>In artem analyticam Isagoge</i> o <i>Introduzione all’arte analitica</i> | 196 |

| | |
|---|-----|
| Le <i>Ad Logisticen speciosam notae priores</i> guidano nel percorso dalle proporzioni alle proporzioni continue e alla genesi di infiniti triangoli rettangoli | 199 |
| Gli <i>Zeteticorum libri quinque</i> portano nel cuore delle problematiche diofantee | 211 |
| Conclusione | 233 |

Capitolo VI

Claude-Gaspar Bachet de Méziriac

cultore di analisi indeterminata e

traduttore dei *Libri aritmetici* (1621)

| | |
|--|-----|
| Introduzione | 237 |
| L'analisi indeterminata nei <i>Problèmes plaisants & delectables</i> del 1612 e del 1624 | 240 |
| La traduzione e il commento ai <i>Libri aritmetici</i> del 1621 | 261 |
| Conclusione | 297 |

Capitolo VII

L'eredità di Pierre de Fermat: le questioni diofantee

nella sua corrispondenza epistolare (1636-1648, 1654-1664)

| | |
|--|-----|
| Introduzione | 299 |
| La corrispondenza epistolare tra il 1636 e il 1648 | 304 |
| La corrispondenza tra il 1654 e il 1664 | 334 |
| Conclusione | 380 |

Capitolo VIII

L'eredità di Pierre de Fermat: le questioni diofantee

in altri scritti (1636, 1670)

| | |
|--|-----|
| Introduzione | 391 |
| Le <i>Observationes</i> di Fermat al Diofanto di Bachet del 1621 | 393 |
| I contenuti dell' <i>Inventum novum</i> | 426 |

| | |
|---|-----|
| Il metodo della discesa infinita o indefinita | 467 |
| Conclusione | 474 |
| Appendice | |
| Il <i>Diophantus redivivus</i> di Jacques de Billy(1670) | 477 |
| Conclusioni | 491 |
| Bibliografia | 519 |

Prefazione

In questo volume presento una riflessione sulla conoscenza e sullo studio dei *Libri aritmetici* di Diofanto nella cultura matematica del mondo latino tra il Cinquecento e il Seicento. Essa conclude uno studio che mi ha impegnato per anni a ricercare tanti aspetti della matematica di questi secoli, facendo talvolta anche qualche incursione nel Settecento.

Il problema centrale in cui mi sono imbattuto riguarda la conoscenza e la rilettura dei testi classici di matematica nel corso di questi secoli. Questo, come conosciamo, è un problema specifico che si colloca all'interno del grande fenomeno del *Rinascimento* e dell'*Umanesimo*, in cui la lettura dei classici in lingua originale (generalmente in lingua greca) è un'espressione determinante. Ad essa è collegato l'impegno di prepararne una traduzione in lingua latina o in una lingua dei paesi dell'Europa occidentale, avente la finalità di consentire la libera circolazione delle conoscenze almeno tra i cultori di una specifica disciplina. Questa traduzione è letta come premessa indispensabile prima di avviare nuove elaborazioni e la loro libera circolazione.

È emblematico ciò che avviene attorno agli *Elementi* di Euclide, agli *Elementi conici* di Apollonio, a diversi scritti di Archimede e ai *Libri aritmetici* di Diofanto. La trasmissione di questi scritti presenta storie diversificate in questi secoli.

Così mi sono imbattuto nel tentativo espresso da tanti matematici del periodo di fare in modo che gli *Elementi* di Euclide costituiscano il testo di base della formazione matematica. In questi secoli lo studio degli *Elementi* avviene, da una parte, approfondendo l'epistemologia che regge il discorso matematico nella sua articolazione strutturale e, dall'altra, facendo in modo che lo scritto euclideo possa essere reso didatticamente efficace. L'esempio più evidente è offerto dallo studio del commento di

Proclo al libro I degli *Elementi*, che condiziona la riflessione attorno al postulato delle parallele dalla seconda metà del Cinquecento fino all'articolata lettura data da G. Saccheri nelle prime decadi del Settecento. Nello stesso tempo non sono da trascurare le tante edizioni degli *Elementi* dello stesso periodo storico, che rappresentano tentativi differenti di facilitare la lettura dello scritto euclideo da parte di persone che si avvicinano allo studio della matematica, specificamente a quello della geometria.

Ho a lungo riflettuto sulla trasmissione di conoscenze delle sezioni coniche nello stesso periodo storico, che avviene in piccola parte lungo la via dello studio degli specchi ustori e della *perspectiva* e in gran parte nel recuperare i contenuti dei primi quattro libri degli *Elementi conici* seguendo la tradizione greca. A questo fatto si accompagna la ricerca degli altri quattro libri, la cui storia presenta tre fasi: la prima riguarda la loro ricerca affannosa in lingua greca o in altra lingua; la seconda registra la circolazione in Occidente almeno di tre manoscritti in lingua araba, i quali, come ci si renderà conto dopo un certo tempo, contengono i soli primi sette libri, senza notizie dell'ottavo; la terza registra le tre proposte della traduzione dei libri quinto, sesto e settimo dalla lingua araba in quella latina e la ricostruzione ("divinazione") dell'ottavo libro. La storia delle prime due fasi è racchiusa negli anni 1580-1660, mentre la storia della terza fase si svolge tra il 1660 e il 1710.

Durante lo studio delle vicende attorno agli *Elementi* e agli *Elementi conici* mi sono costantemente imbattuto in traduzioni e riproposizioni di alcuni scritti di Archimede, da *La misura del cerchio* e dalla *Quadratura della parabola* a *Le Spirali*, *La sfera e il cilindro*, *Conoidi e sferoidi*, ... Lo studio dell'uno o dell'altro trattato archimedeo da parte dei matematici offre lo spunto a nuove elaborazioni: la geometria degli indivisibili, l'individuazione e l'affermazione del conseguente "metodo degli indivisibili", l'estensione del metodo di esaurimento dal finito all'infinito, l'"aritmetica degli infiniti", l'introduzione delle serie nel calcolo di aree e volumi, Tutto ciò consente all'ambiente matematico di maturare per essere nelle condizioni di accogliere le prime proposte del calcolo infinitesimale.

Molto determinante nello stesso periodo è la conoscenza dell'algebra che, a partire dalla seconda metà del Cinquecento, tende a una generalizzazione, passando dall'algebra dei numeri a quella delle "specie" e dei "simboli", traducendo nel suo linguaggio il metodo dell'"analisi" degli antichi. Ciò consente, nella prima metà del Seicento, l'avvio del "metodo analitico" e la conseguente riflessione su di esso lungo lo stesso secolo.

Per tanti anni lo studio dei *Libri aritmetici* mi appare un miraggio, anche se i riferimenti a Diofanto si moltiplicano sotto le mie mani. Ciò avviene in particolare nel momento in cui comincio ad approfondire aspetti della storia dell'algebra tra il 1570 e il 1630.

Constato che pochi studi su questi libri sono dati alle stampe. Mi rendo anche conto delle difficoltà oggettive che lo studio di questo scritto presenta.

Nello scambio di opinioni con colleghi matematici il riferimento a *Diofanto* verte solo su problematiche molto recenti e sul loro sviluppo.

L'imbatto con gli scritti di J. Wallis e con la sua affermazione, più volte ripetuta nel suo trattato di *Algebra* del 1685, che l'algebra "nuova" comincia con Fr. Viète e ha il suo fondamento solido nei *Libri aritmetici*, mi costringe a rendermi conto della verità di questa affermazione.

Se, poi, a questo fatto associo la lettura degli scritti di Pierre de Fermat, in particolare della sua corrispondenza epistolare, mi sento "costretto" a familiarizzare lentamente con lo scritto diofanteo. Non secondario in questo mio avvicinamento culturale a Diofanto è lo studio dei trattati dei cultori di algebra della seconda metà del Cinquecento e della prima metà del Seicento.

Ciò che mi importa di più è vedere come questo scritto passa in Occidente e come il suo studio motiva tante elaborazioni matematiche.

Il passaggio da Euclide ad Apollonio, da Archimede ai trattati di algebra e a Diofanto mi fa rendere conto che non è possibile comprendere lo sviluppo della matematica del Seicento e oltre senza aver prima dato spazio di riflessione e di studio attorno ai loro scritti e alle loro interpretazioni.

Questo volume esprime una riflessione sulle problematiche derivanti dalla lettura dei *Libri aritmetici* da parte di coloro che si sono fatti ispirare da questo scritto per le proprie elaborazioni oppure che si sono impegnati nella traduzione dei libri della tradizione greca, limitando il periodo storico preso in esame dal 1572, anno di pubblicazione de *L'Algebra* di R. Bombelli, al 1670, quando sono pubblicate le *Osservazioni su Diofanto* di P. de Fermat.

Ringrazio tutti coloro che nel corso degli anni, direttamente e indirettamente, hanno stimolato le mie riflessioni e hanno motivato i passi lentamente compiuti nella ricerca.

Ringrazio vivamente la Prof.ssa Emilia Florio per il tempo dedicato alla composizione di questo libro e per la pazienza necessaria per “mettere ogni cosa a suo posto”.

Rende, Università della Calabria, 19 agosto 2018.

Introduzione

Il nome di Diofanto accompagna il percorso di formazione avanzata in matematica nel momento in cui sono affrontate questioni che rientrano nella teoria dei numeri o in quella della geometria algebrica e modulare; solo marginalmente esso compare nei percorsi di matematica di base.

Il suo nome, perciò, è presente in argomenti della ricerca più impegnata in nuove elaborazioni matematiche. Eppure ... Diofanto è un matematico "antico", vissuto tra il II e il III secolo ad Alessandria, non in questi ultimi secoli, in cui queste teorie hanno avuto origine e il cui sviluppo non è ancora terminato.

Il titolo del suo scritto, *Aritmetica o Libri aritmetici*, nell'intenzione dell'autore dà l'indicazione del contesto in cui deve essere letto, quello dell'aritmetica fino ad allora sviluppata, pur constatando che le tematiche presentate, espresse solo in problemi, vanno ben oltre quelle dei trattati aritmetici elaborati fino a quel momento o nei secoli immediatamente successivi.

Leggendo questo trattato passiamo di problema in problema, nelle cui soluzioni troviamo metodi e strategie risolutive che non solo non sono presenti nei trattati dell'aritmetica coeva, quanto sono di stimolo per "creare" nuova matematica nei secoli successivi.

Possiamo immaginare Diofanto, della cui esistenza sappiamo quasi nulla, che, una volta studiate e a fondo tante questioni aritmetiche e geometriche presenti nei percorsi di formazione matematica del tempo, è intento a verificare lo spessore della formazione ricevuta, stilando un elenco di problemi di varia natura ed espressi in linguaggi differenti (da quello strettamente aritmetico a quello geometrico), la cui soluzione a prima vista non appare scontata. Di questi problemi cerca solo soluzioni aritmetiche che siano numeri interi o razionali, i soli numeri conosciuti dalla matematica del suo tempo, al di là dei quali non è pensabile cercare altre soluzioni, poiché non si hanno le conoscenze necessarie per dare loro senso.

La sua è una scelta ardua in rapporto agli enunciati dei problemi che si trova davanti. L'unica possibilità, che consente di essere coerente fino in fondo con la scelta fatta, è "inventare" i passi da compiere, rendersi conto della razionalità e della congruenza delle strategie che gli consentono di compiere un passo dopo l'altro e arrivare all'espressione risolutiva del problema raggiungendo lo scopo prefisso.

Questi diversi passi costituiscono il "metodo" di risoluzione di un problema.

Diofanto si rende conto, nello stesso tempo, che non tutti i problemi del suo elenco possono essere risolti con lo stesso metodo, il che lo porta ad adeguare al nuovo problema i passi e le strategie precedentemente consolidate.

Possiamo, perciò, concludere che la novità del suo scritto, rispetto ai trattati aritmetici coevi, è una vera novità e consiste nella messa a punto di nuovi metodi risolutivi di problemi aritmetici.

Il lavoro espletato da Diofanto è qualitativamente e quantitativamente rilevante, se teniamo conto che egli stesso all'inizio del trattato afferma che lo scritto è composto di tredici libri.

Infine, in ragione della "novità" che lo scritto presenta, all'interno della storia della sua trasmissione alle generazioni successive immaginiamo che i suoi lettori non siano stati tanto numerosi e che quei pochi che l'hanno studiato abbiano dovuto affrontare molte difficoltà di natura psicologica e matematica, percependo nel corso dello suo studio che le pagine che si susseguono sottopongono alla loro attenzione problematiche da collocare molto al di là di quelle affrontate nel proprio percorso di formazione, anche se questo non emerge immediatamente dalla lettura dei soli enunciati.

Questa novità sollecita, perciò, a compiere un percorso lungo il quale si perdono le sicurezze acquisite.

I *Libri aritmetici* (con questi termini indichiamo in questo scritto il trattato di Diofanto) non hanno molta fortuna tra i cultori di matematica dei secoli immediatamente successivi, come deduciamo dalle poche testimonianze che troviamo sull'autore rispetto a quelle che troviamo, ad esempio, su Euclide o su Archimede o su Apollonio.

Lo scritto è tradotto integralmente in arabo nel IX secolo. Alcuni suoi problemi sono oggetto di studio da parte di alcuni matematici arabi tra i secc. X-XIII. Di recente (1971) è stato trovato un manoscritto che contiene solo quattro dei tredici libri tradotti in lingua araba.

Del testo originale in lingua greca nelle biblioteche dell'Occidente sono presenti manoscritti che contengono solo (i primi) sei libri.

Siamo oggi, così, di fronte a un testo monco, disponendo di fatto al massimo di 10 libri e con la domanda impellente che riguarda la collocazione dei libri in lingua araba rispetto a quelli in lingua greca, constatando che i contenuti degli uni non coincidono con quelli degli altri.

In questo mio scritto l'attenzione è centrata sull'influenza che i libri conosciuti e trasmessi nella tradizione latina hanno avuto nello sviluppo della matematica del Cinquecento e del Seicento.

Mentre riscontriamo che questa tradizione si è formata con certezza attorno ai libri in lingua greca, non siamo in grado, almeno finora, di avanzare ipotesi serie circa eventuali influenze documentate delle elaborazioni attorno allo scritto diofanteo provenienti dal mondo arabo.

Come premessa alla nostra analisi è indispensabile fare un cenno allo scritto di Diofanto, tenendo presenti sia i libri in lingua greca sia quelli in lingua araba, al tipo di problemi presentati, ai metodi necessari per la loro soluzione, facendo seguire, poi, qualche notizia sulla tradizione araba e sulle prime testimonianze latine attorno ai problemi diofantei.

La trattazione riguarda specificamente la tradizione "latina" del Cinque-Seicento, analizzando:

- la presenza di problemi diofantei nell'Algebra di Rafael Bombelli (1572);
- la traduzione in lingua latina dei sei libri in lingua greca da parte di Wilhelm Xilander, cioè Wilhelm Holzmann (1575);
- la traduzione in lingua francese dei primi quattro libri da parte di Simon Stevin (1585). Successivamente A. Girard rivede la traduzione di questi libri e aggiunge la traduzione dei libri quinto e sesto (1625);
- la presenza di problemi diofantei negli scritti (*Isagoge* (1591), *Notae priores*, *Zetetici* (1593)) di François Viète;
- la traduzione e il commento di Claude Gaspar Bachet de Méziriac (1621);
- l'influenza dello scritto diofanteo nello sviluppo della matematica di Pierre de Fermat (1636-1659), così come leggiamo in tante lettere della sua corrispondenza;
- l'edizione postuma delle sue osservazioni su Diofanto, curata dal figlio Clement Samuel coadiuvato dal gesuita Jacques de

Billy (1670), a cui è premesso il *Doctrinae analyticae inventum novum*, curato da de Billy.

Nella stessa trattazione, inoltre, tenterò di comprendere in cosa consista il metodo che Fermat indica come “suo”, detto della “discesa infinita”, e farò in appendice un cenno al *Diophantus redivivus* di de Billy del 1670.

L’attenzione riservata a questi scritti è motivata dal fatto che storicamente esiste un legame tra essi, individuando due linee di letture che si susseguono nell’ordine:

- la lettura dei *Libri aritmetici* all’interno dell’algebra. Ciò porta a esprimere gli enunciati dei problemi in linguaggio strettamente algebrico e rivedere le soluzioni nello stesso contesto, arrivando a una loro formulazione completa (enunciato e soluzione) nel linguaggio proprio dell’algebra simbolica;
- consolidata la lettura nel linguaggio dell’algebra simbolica, nello scritto sono individuati problemi, la cui ricerca di soluzione porta oltre la stessa algebra, cioè porta a costruire le basi fondamentali ad elaborazioni che successivamente saranno collocate all’interno della teoria dei numeri o dell’algebra modulare.

In ragione di queste due “letture”, consideriamo, da una parte, l’atteggiamento di Bombelli, Xilander, Stevin (e Girard), Viète e Bachet e, dall’altra, quello di Bachet, Fermat e de Billy.

Abbiamo presenti altre testimonianze sulla conoscenza e su riferimenti ai libri di Diofanto dello stesso periodo storico o antecedente o successivo a quello da noi considerato nella tradizione latina.

Non ignoriamo i collegamenti che i *Libri aritmetici* hanno con il *Liber abaci* e con il *Liber quadratorum* di Fibonacci, con l’*Aliabraa Algibra* del Maestro Dardi di Siena o con gli scritti *È casi della terza parte del XV capitolo del Liber abaci*, *Certi chasi* e *La reghola de algebra amuchabala* del Maestro Benedetto da Firenze, con il *De arte magna libri quatuor* di Guillaume Gosselin (1577), con le memorie e i trattati di Leonhard Euler, di Joseph Louis Lagrange, di Adrien-Marie Legendre, ...

La delimitazione allo specifico periodo storico (Cinque-Seicento) e alla considerazione degli scritti citati consente di compiere un’analisi organica e di mettere in luce risvolti concettuali rilevanti nello sviluppo della matematica del periodo.