

# MATEMATICHE COMPLEMENTARI

FONDAMENTI, STORIA E DIDATTICA DELLA MATEMATICA

**II**

*Direttore*

**Luigi MAIERÙ**

Dipartimento di Matematica e Informatica  
Università della Calabria

*Comitato scientifico*

**Aldo BRIGAGLIA**

Dipartimento di Matematica  
Università degli Studi di Palermo

**Bruno D'AMORE**

NRD (Nucleo di Ricerca in Didattica della Matematica)  
Dipartimento di Matematica, Università di Bologna

**Luca DELL'AGLIO**

Dipartimento di Matematica e Informatica  
Università della Calabria

**Martha Isabel FANDIÑO PINILLA**

NRD (Nucleo di Ricerca in Didattica della Matematica)  
Dipartimento di Matematica, Università di Bologna

**Emilia FLORIO**

Dipartimento di Matematica e Informatica  
Università della Calabria

**Massimo GALUZZI**

Dipartimento di Matematica  
Università degli studi di Milano

# MATEMATICHE COMPLEMENTARI

## FONDAMENTI, STORIA E DIDATTICA DELLA MATEMATICA



La matematica altri non è che il lato esatto del nostro pensiero.

Luitzen Egbertus Jan BROUWER

La collana è dedicata a studi e ricerche sui Fondamenti, sulla Storia e sulla Didattica della Matematica, dando rilievo agli aspetti culturali di questa disciplina, cogliendone le varieguate espressioni e approfondendo la sua incidenza nella formazione umana e disciplinare. La collana, perciò, accoglie:

- studi sui Fondamenti della Matematica e la loro storia;
- ricerche di Storia della Matematica (sviluppo storico di idee e metodi, corrispondenze tra matematici, edizioni critiche di manoscritti, ecc. . . );
- proposte di percorsi da contenuti storici a una loro riproposizione didattica;
- scritti di divulgazione di contenuti matematici e della loro incidenza nello sviluppo di altre scienze;
- riflessioni sugli aspetti generali della Didattica della Matematica (dall'antropologia alle scienze psico-pedagogiche e alle neuroscienze);
- proposte di Didattica della Matematica relative a modalità differenti di attività in classe;
- proposte di Didattica della Matematica con l'uso di nuove tecnologie.

Per l'eventuale inserimento in collana, ogni opera viene sottoposta alla valutazione del Comitato Scientifico e di esperti del settore, qualora necessario.



*Vai al contenuto multimediale*

Giovanni Giuseppe Nicosia

## **Cultura matematica ed educazione**

Il caso degli allievi pakistani

*Prefazione di*  
Martha Isabel Fandiño Pinilla





Aracne editrice

[www.aracneeditrice.it](http://www.aracneeditrice.it)  
[info@aracneeditrice.it](mailto:info@aracneeditrice.it)

Copyright © MMXVIII  
Gioacchino Onorati editore S.r.l. – unipersonale

[www.gioacchinoonoratieditore.it](http://www.gioacchinoonoratieditore.it)  
[info@gioacchinoonoratieditore.it](mailto:info@gioacchinoonoratieditore.it)

via Vittorio Veneto, 20  
00020 Canterano (RM)  
(06) 45551463

ISBN 978-88-255-1818-4

*I diritti di traduzione, di memorizzazione elettronica,  
di riproduzione e di adattamento anche parziale,  
con qualsiasi mezzo, sono riservati per tutti i Paesi.*

*Non sono assolutamente consentite le fotocopie  
senza il permesso scritto dell'Editore.*

I edizione: ottobre 2018

*a Maurizio Matteuzzi*



Un giorno disse a Majnūn la madre di Lailā: «Figlio mio, se tu passassi l'esame di M.A. ti darei senz'altro in moglie Lailā, e senza più pensarci accetterei di diventare tua suocera!».

ĀKBAR ĀLLĀHABADI  
*Le dimissioni di Majnūn*



- 13 *Prefazione*  
di Martha Isabel Fandiño Pinilla
- 19 *Introduzione*
- 23 **Capitolo I**  
*Il Pakistan*  
1.1. Il paese dei mussulmani, 23 - 1.2. Il Pakistan di oggi, 24 - 1.3. Il Punjāb, 26
- 29 **Capitolo II**  
*Elementi culturali*  
2.1. Le lingue del Pakistan, 29 - 2.1.1. *Molte parlate e molti alfabeti*, 29 - 2.1.2. *Nota storica e linguistica*, 32 - 2.1.3. *La questione dell'urdū*, 35 - 2.1.4. *La lingua punjābī*, 37 - 2.1.5. *La lingua sindhī*, 38 - 2.1.6. *La lingua pashtō*, 38 - 2.1.7. *La lingua beluci*, 39 - 2.2. Elementi di cultura matematica pakistana, 39 - 2.2.1. *Numerali*, 39 - 2.2.1.1. *Simboli numerali urdū, punjābī e sindhī*, 39 - 2.2.1.2. *Parole numerali urdū*, 40 - 2.2.1.3. *Parole numerali punjābī*, 42 - 2.2.1.4. *Parole numerali sindhī*, 45 - 2.2.1.5. *Numerali pashtō*, 46 - 2.2.1.6. *Numerali beluci*, 47 - 2.2.1.7. *Numerali digitali*, 49 - 2.3. Cenni sullo sviluppo storico della matematica nell'area, 51 - 2.3.1. *Una tradizione antichissima e floridissima*, 51 - 2.3.2. *La civiltà della valle dell'Indo*, 52 - 2.3.3. *La cultura vedica e i śulbasūtra*, 54 - 2.3.4. *La lingua come costruzione matematica*, 57 - 2.3.5. *La logica della scuola Nyāya*, 58 - 2.3.6. *L'impero Maurya e la matematica giainista*, 61 - 2.3.7. *Crisi, età aurea e zero*, 63 - 2.3.8. *Il Manoscritto di Bakhshali*, 69 - 2.3.9. *La matematica e la scienza di oggi*, 70 - 2.4. Valori della cultura e della società del Punjāb, 73 - 2.4.1. *La vita in un distretto*, 73 - 2.4.2. *La terra*, 73 - 2.4.3. *La casa e la separazione dei generi*, 74 - 2.4.4. *Il purdah e i ruoli di genere*, 75 - 2.4.5. *Le famiglie e gli aggregati familiari*, 76 - 2.4.5.1. *La famiglia convivente*, 76 - 2.4.5.2. *Il biraderi*, 77 - 2.4.5.3. *Matrimoni e doppi matrimoni*, 78 - 2.4.5.4. *Delitti d'onore*, 80 - 2.4.6. *Il sistema delle caste*, 80 - 2.4.6.1. *Le caste nell'India preislamica*, 80 - 2.4.6.2. *Le caste nel Pakistan di oggi*, 82 - 2.4.6.3. *Caste e segregazione professionale*, 85
- 87 **Capitolo III**  
*L'istruzione in Pakistan*  
3.1. Dentro e fuori dalla scuola: evasione e abbandono scolastico, 87 - 3.2. Obiettivi istituzionali della scuola, 90 - 3.3. Confessionalità della scuola pakistana, 91 - 3.4. Separazione e differenze di genere, 93 - 3.5. Enti regolatori e finanziamento, 95 - 3.6. Il sistema scolastico, 96 - 3.6.1. *L'organizzazione generale dei corsi*, 96 - 3.6.2. *Gli studenti e le strutture*, 97 - 3.6.3. *Scuola primaria e media*, 97 - 3.6.3.1. *Materie di studio*, 97 - 3.6.3.2. *Lingue veicolari*, 97 - 3.6.3.3. *Organizzazione dei tempi*, 98 - 3.6.3.4.

*Educazione informale istituzionalizzata*, 98 - 3.6.4. *Scuola secondaria*, 99 - 3.6.5. *Istruzione tecnica e professionale*, 100 - 3.7. Scuole religiose islamiche, 100 - 3.7.1. *Le scuole dei contadini poveri*, 100 - 3.7.2. *Tradizione*, 100 - 3.7.3. *Dimensioni*, 101 - 3.7.4. *Gestione e rapporti con lo Stato*, 102 - 3.7.5. *Orientamenti e critiche*, 103

## 105 Capitolo IV

### *La matematica e la sua didattica in Pakistan*

4.1. Idee di fondo, 105 - 4.2. La matematica come materia scolastica, 106 - 4.3. Obiettivi e indicatori nei Programmi Nazionali, 107 - 4.3.1. *Ambito Numeri e operazioni*, 107 - 4.3.2. *Ambito algebra*, 109 - 4.3.3. *Ambito misure e geometria*, 111 - 4.3.4. *Ambito elaborazione di dati*, 113 - 4.3.5. *Ambito ragionamento e pensiero logico*, 114 - 4.4. Indicazioni didattiche nei Programmi Nazionali, 116

## 119 Capitolo V

### *La migrazione*

5.1. La migrazione in Pakistan, 119 - 5.2. La migrazione dal Pakistan, 119 - 5.3. La migrazione pakistana in Italia, 122 - 5.3.1. *Numero, diffusione, scolarizzazione, occupazione*, 122 - 5.3.2. *Provenienza e caratteristiche culturali*, 124 - 5.3.3. *L'importanza del gruppo*, 124 - 5.4. Studenti pakistani nella scuola italiana, 125 - 5.5. Le modalità della migrazione e la vita dei migranti pakistani, 125 - 5.6. I cittadini pakistani in Emilia-Romagna e a Bologna, 126 - 5.7. Studenti pakistani in Emilia-Romagna e a Bologna, 128

## 131 Capitolo VI

### *Tre chiacchierate con studenti pakistani all'I.I.S. Aldini Valeriani Sirani di Bologna*

6.1. Studenti pakistani alle I.I.S. Aldini Valeriani Sirani, 131 - 6.2. Prime testimonianze raccolte tra gli insegnanti dell'I.I.S. Aldini Valeriani Sirani, 132 - 6.3. Origine e organizzazione delle chiacchierate, 133 - 6.3.1. *I focus groups*, 133 - 6.3.2. *Le chiacchierate*, 134 - 6.3.3. *Prima chiacchierata*, 135 - 6.3.4. *Seconda chiacchierata*, 142 - 6.3.5. *Terza chiacchierata*, 150 - 6.3.6. *Alcune considerazioni*, 159 - 6.4. Ricadute sull'insegnamento/apprendimento della matematica, 161 - 6.4.1. *Valutazioni orali*, 161 - 6.4.2. *Verifiche periodiche ravvicinate*, 163 - 6.4.3. *Conoscenze, abilità, competenze*, 163 - 6.4.4. *Nell'attesa di ulteriori sviluppi*, 164

## 165 Bibliografia

## Prefazione

di Martha Isabel Fandiño Pinilla<sup>1</sup>

L'etnomatematica è sempre esistita, non è una disciplina moderna; basti pensare agli antichi contatti fra Indiani e Cinesi con scambio non solo di idee matematiche ma anche e soprattutto di modi di vedere e di pensare matematici basati su aspetti sociali; basti osservare che molti autori autorevoli greci classici sono stati conosciuti nel mondo medievale latino attraverso le traduzioni arabe, fortemente commentate, chiosate e integrate, con cambio nei modi di pensare (è sufficiente far cenno alle diverse interpretazioni del pensiero di Aristotele nel Medioevo arabo ed europeo); basti ricordare che quando i poveri malcapitati matematici/astronomi gesuiti tentarono di portare Euclide in Cina provocarono un risentito rigetto da parte di pensatori cinesi non avvezzi alle dimostrazioni sofisticate, dato che per loro un bel disegno chiaro, ben fatto, vale mille volte più di una lunga e dotta sofisticata dimostrazione... (Si salvarono solo perché sapevano calcolare le date delle eclissi).

Ma poi il grande Ubiratan D'Ambrosio (in italiano si veda: 2002) ci regalò questa meravigliosa teoria suggestiva e avvincente nella quale tutti ci siamo avventurati, specie coloro che, come me, sono costretti quotidianamente a fare i conti con culture diverse:

- nella mia stessa patria di origine perché è legge dello stato il rispetto per le attualmente esistenti 75 minoranze autoctone da tutti i punti di vista, soprattutto sociale e linguistico (più di 80 lingue ammesse ufficialmente), ma anche scientifico;
- nella mia patria di accoglienza perché devo spesso fare i conti con differenze che il più delle persone sembra non cogliere. Mi spiego meglio. Molti docenti italiani credono che il modello scolastico nazionale sia condiviso nel mondo e non immagina-

<sup>1</sup> Nucleo di Ricerca in Didattica della Matematica, Università di Bologna.

no nemmeno che non sia così e che le differenze possono essere notevoli. Che la maggior parte degli oggetti matematici che costituiscono le basi della matematica siano stati creati altrove, non in Italia, spesso assai lontano: le cifre in India, lo zero e il sistema posizionale in India e in Messico; i fondamenti della geometria in Grecia e Turchia; gli studenti stranieri sembra debbano aderire a un modello italiano di matematica, ma in realtà è successo il contrario. Che l'anno solare, altro esempio, venga come spezzato per dar luogo a quello accademico/scolastico e che l'inizio dell'anno scolastico sia a settembre e non a gennaio, sembra sia una regola universale, mentre non lo è affatto: in tanti paesi del mondo l'anno scolastico segue quello solare, da gennaio a dicembre. In vari paesi che hanno lo stesso svolgimento cronologico dell'Italia, la scuola inizia in agosto e non in settembre e finisce in giugno. Che il periodo di frequenza scolare in Italia sia così ridotto, cioè di soli 200 giorni l'anno, incuriosisce i docenti di molti altri paesi che hanno assai più giorni di scuola. Che in certi paesi la scuola sia a carattere semestrale e non annuale, stupisce molti docenti italiani. Che la scuola obbligatoria inizi a 5 anni e non a 6 e che, essendo il numero di giorni di scuola molto maggiore per anno, si vada a scuola solo fino a 17 anni e non oltre, anche per far sì che non ci siano studenti maggiorenni a scuola, stupisce molti docenti italiani. (Nel mio paese si considera ridicolo che un maggiorenne, che ha il diritto di voto ed è punibile penalmente in caso di delitto, debba però presentare la firma di un genitore se vuole uscire dall'aula due ore prima del previsto). Etcetera. Insomma, il modello italiano è italiano (o poco più) e basta. E c'è di più, sottile e importante. Una sorta di diffusa disaffezione degli adolescenti italiani nei confronti della scuola, alla quale non riconoscono più (da decenni, anche complici alcuni genitori) un ruolo che è stato determinante in passato, come trampolino di lancio verso il successo sociale futuro, dispensatrice di cultura e dunque di certezze... In certi paesi del mondo, invece, è ancora così, come nel mio di origine. "Andar bene a scuola" è fiore all'occhiello per gli studenti, motivo di distinzione e privilegio, orgoglio della famiglia.

Insomma, le occasioni di discussione di confronto sono tante; prima di arrivare alla matematica, ci sono da affrontare tanti aspetti sociali ed economici, fattori che hanno a che vedere con il futuro del singolo. Ecco rivelato e riconosciuto il senso profondo dell'etnomatematica.

Giovanni G. ha vissuto queste stesse discussioni alla rovescia, non in quanto straniero venuto in Italia, come me, ma in quanto italiano a stretto contatto diretto con culture straniere, dall'America Meridionale e soprattutto Brasile, per motivi familiari, a quelle orientali, Cina, Giappone, Corea e Pakistan; è una persona di squisita sensibilità e dunque questi confronti senza pregiudizi sono in lui spontanei, profondi, critici. Non ha un paese da privilegiare e da porre continuamente a confronto con gli altri come fanno in tanti; lui analizza, studia, critica con profonda e meticolosa imparzialità. Un suo libro precedente (Nicosia, 2016) è stupefacentemente colto, vi compie analisi perfette che hanno il sapore della ricerca scientifica e sociale, ma la narrazione è avvincente e personale, oggettiva ma evidente frutto di esperienza diretta.

Ora ci propone un libro profondo e dotto sulla cultura pakistana, frutto delle sue analisi precise e circostanziate, basato su esperienze reali e su una sagacia che reputo unica, tutto basato su una capacità critica e analitica che ti sorprende e ti sconvolge.

Non voglio, non posso entrare nei dettagli; ma la vividezza della narrazione, anche quando è puramente analisi, ti conquista e ti seduce.

E poi la matematica, come è ben posta in evidenza! E che belle le avvincenti chiacchierate con gli studenti pakistani (e di altre nazioni) a Bologna. Che interessante quando gli studenti si danno conto delle richieste disciplinari minime che si fanno in Italia («Le espressioni io le facevo già in seconda elementare in Pakistan»). E della differenza fra la realtà e le illusioni che avevano cullato quando hanno lasciato la loro terra d'origine per venire in Italia.

Con la sua sensibilità sottile e lungimirante, Giovanni G. fa parlare gli studenti, mettendo spesso in evidenza le differenze culturali, ma anche le analogie, l'importanza dei modelli culturali pakistani nella profondità delle radici culturali. A questo scopo c'è un bellissimo capitolo, il secondo, che si legge ghiottamente, quello sulle fondamenta ancestrali culturali del Pakistan, nel quale ho ritrovato miei precedenti studi, la logica Nyaya per esempio, che in passato ho imparato a valutare. E poi il crogiuolo di lingue, il profondo legame tra lingua e matematica com'è d'altra parte comune con

l'origine indiana, il potente apparato sociale, l'idea di famiglia allargata, l'importanza del risultato scolastico nella valorizzazione sociale...

Non bisogna dimenticare che il Pakistan, Repubblica Islamica del Pakistan, è il sesto paese più popolato al mondo, 200 milioni di abitanti, pur misurando solo quasi 900.000 km<sup>2</sup>, un po' meno del triplo dell'Italia; il mio paese di origine, la Colombia, è assai più vasto ma non arriva a 50 milioni di abitanti. Va ricordato che il Pakistan nacque da un'origine scissionista causata dalla necessità di dare una terra ai numerosi Indiani islamici che pensarono di non poter convivere con Indiani induisti.

Il perché di alcuni esodi di Pakistani verso l'Europa non va dunque cercato nel malessere sociale o nella fuga da situazioni di guerra o di catastrofe sociale o bellica, ma dalla ricerca di una terra nella quale inserirsi e lavorare con dignità e rispetto. C'è anche chi cerca di fuggire dal sistema delle caste, ancora vivo in India e Pakistan, ancora insito nella profonda cultura popolare ancestrale, nonostante le riforme più moderne.

Va ricordato che quella terra che oggi si chiama Pakistan (il cui significato è controverso, ma più o meno: la terra delle persone pure) è stata sempre considerata la culla della civiltà mondiale, basti pensare che non solo il potente pensiero *nyaya* ebbe lì origine, ma anche la cultura *vedica*.

Ma questo è un libro che parla di matematica, il contenuto più ghiotto di tutto il libro; e ne parla in modo semplice, cioè comprensibile, ma profondo, in quando analitico e dettagliato, senza proporre banali confronti, ma immersioni basate sul rendiconto preciso e sulle impressioni degli studenti che confrontano i loro studi precedenti nella terra d'origine con la matematica che hanno studiato in Italia, a Bologna.

Si parla talmente tanto di confronto fra culture; la proposta qui implicita è che è giusto farlo, ma senza preconcetti, basandosi invece su un'analisi precisa e significativa, oggettiva e rispettosa.

Ecco perché, fin dall'inizio, ho voluto citare l'etnomatematica, nella sua forma più elegante e significativa, scienza alla quale questo libro si ispira dalla prima pagina all'ultima.

## Citazioni bibliografiche

- D'Ambrosio, U. (2002). *Etnomatematica*. Prefazione di Bruno D'Amore. Bologna: Pitagora.
- D'Amore, B., & Fandiño Pinilla, M.I. (2005). *Storia ed epistemologia della matematica basi etiche. La matematica e la sua didattica*, 19(4), 503-515.
- Nicosia, G.G. (2016). *Matematica e scuola in Cina, Corea e Giappone*. Bologna: Pitagora.



## Introduzione

### Un paese misterioso

Il Pakistan è noto in Italia più che altro come paese di provenienza dei gestori di negozi di frutta, merci varie o servizi di comunicazione quasi sempre aperti. Lavoratori indefessi che si attirano la fiducia dei clienti e la rabbia dei concorrenti.

La stampa, invece, cita spesso questo paese come teatro di avvenimenti politici e militari legati a movimenti estremisti islamici, a cruentissimi attentati e alla cattura di famosi terroristi internazionali.

Ai più informati possono sovvenire le eroiche vicende della studentessa e attivista per il diritto all'istruzione delle donne *Mālāla Yousofzai* (ملالہ یوسفزی, 1997, premio Sakharov per la libertà di pensiero nel 2013 e premio nobel per la pace nel 2014) o quelle del piccolo sindacalista *Īqbāl Masīh* (اقبال مسیح, 1983–1995) martire della causa della lotta allo schiavismo, o ancora la storia di *Benazīr Bhutto* (بینظیر بھٹو, 1953–2007), politica di primissimo piano, già a capo del paese, prima di essere uccisa in un attentato<sup>1</sup>.

Gli insegnanti delle maggiori città italiane, soprattutto dell'Italia settentrionale e di Roma, possono invece pensare al Pakistan come al paese di origine di alcuni dei loro più rispettosi studenti. Ragazzi spesso con grossi problemi linguistici che formano gruppi coesi e solidali in cui parlano la loro lingua; gruppi solitamente ben distinti per genere, in particolar modo nelle età più elevate. Allo stesso tempo sono ragazzi e ragazze che, pur senza rinunciare ai segni più caratteristici della loro cultura, fanno parte delle nostre classi, socializzando con i compagni e condividendone alcune abitudini e aspirazioni.

Il loro mondo ideale appare sospeso tra elementi propri della gioventù del nostro tempo, tipicamente la familiarità con mezzi tecnologici e lo sguardo internazionale, e un sistema di valori molto diverso

<sup>1</sup> A riportare l'attenzione sul Pakistan mentre le bozze di questo libro erano in lavorazione è stato anche il tristissimo caso di Sana Cheema, giovane pakistana naturalizzata italiana uccisa in Punjab dai suoi familiari per non averne accettato le scelte matrimoniali.

con aspetti per certi versi arcaici, improntati alla solidarietà familiare e a ruoli sociali definiti. Su questi aspetti sembra formarsi una differenziazione generazionale negli ultimi anni.

In questo testo si cerca di capire qualcosa di più su questi studenti e sulle loro famiglie identificando le loro opinioni e aspettative sulla vita, sulla scuola, sulle principali discipline e sulla didattica.

### **Per gli studenti e per Pitagora**

Un giorno del settembre 2017 in una delle sale insegnanti della mia scuola il collega Marco Marconi, uomo poliedrico (insegnante, ingegnere, attore e chissà cos'altro) e dai vastissimi interessi culturali, raccontò di essersi documentato su Pitagora e sul movimento dei pitagorici.

«In realtà non si sa se sia esistito veramente come persona» diceva, «probabilmente il nome di Pitagora era quello di un gruppo di studiosi. Uno strano movimento matematico e religioso, di vegetariani che però non mangiavano neanche le fave, forse per paura del favismo o per motivi simbolici. Tuttavia nella loro setta le donne erano ammesse, almeno ai ranghi inferiori, cosa curiosa nel mondo greco che era solitamente molto misogino».

Chiacchierammo di come il grosso delle conoscenze pitagoriche provenisse dall'oriente, in cui certamente qualcuno chiamato "Pitagora" aveva viaggiato. Ma su quale oriente Marconi aveva le idee più chiare delle mie, che pensavo all'Egitto, dove il famoso Teorema di Pitagora era certamente noto, o alla Mesopotamia. Per lui si doveva guardare verso il fiume Indo.

«È certamente così, infatti in sanscrito ci sono delle parole che confermano questa origine: "padre" si dice "pitṛ" e "maestro", come si sa, è "gurú", da cui "pitaguru", che potrebbe essere un titolo o un nome collettivo per definire i sapienti appunto di una setta. Infatti i ragazzi pakistani, che parlano punjābī che deriva dal sanscrito, dicono proprio pitā gurū».

Rimasi decisamente colpito. Il mio sguardo attonito pose fine alla conversazione. Avevo appena finito di mettere per iscritto le interviste di alcuni studenti pakistani realizzate nell'anno precedente. Le avevo fatte per ragioni didattiche, o se vogliamo antropologiche e sociologiche, cioè per capire come questi ragazzi e ragazze vedevano la matematica e la scuola. Chi ci pensava a Pitagora? Credevo anzi di essermi