

A02



Vai al contenuto multimediale

Raimondo Paoletti

Fisica classica

Prima parte





Aracne editrice

www.aracneeditrice.it
info@aracneeditrice.it

Copyright © MMXVII
Giacchino Onorati editore S.r.l.. unipersonale

www.giacchinoonoratieditore.it
info@giacchinoonoratieditore.it

via Vittorio Veneto, 20
00020 Canterano (RM)
(06) 45551463

ISBN 978-88-255-0785-0

*I diritti di traduzione, di memorizzazione elettronica,
di riproduzione e di adattamento anche parziale,
con qualsiasi mezzo, sono riservati per tutti i Paesi.*

*Non sono assolutamente consentite le fotocopie
senza il permesso scritto dell'Editore.*

I edizione: dicembre 2017

Indice

- 17 *Introduzione*
- 19 *Premessa*
- 21 **Capitolo I**
I vettori
- 21 Grandezze fisiche scalari.
Grandezze fisiche vettoriali. *Versore. Modulo. Rappresentazione vettoriale di una grandezza fisica. Proprietà di scorrimento dei vettori. Decomposizione di un vettore.*
Esercizi.
- 25 Operazioni vettoriali. *La somma vettoriale. La differenza vettoriale. Prodotto di uno scalare per un vettore. Prodotto scalare. Prodotto vettoriale. Prodotto misto.*
Composizione e decomposizione di vettori. *Risultante di più vettori. Composizione di vettori.*
Risultante di due vettori paralleli. *Vettori equiversi. Vettori opposti. Coppia di vettori. Decomposizione di due vettori paralleli, opposti e di modulo diverso.*
Esercizi.
- 38 Sistema di riferimento in coordinate cartesiane. *Coordinate.*
Trasformazione delle coordinate cartesiane. *Traslazione degli assi. Rotazione degli assi. Traslazione e rotazione degli assi.*
Invarianza per traslazione e rotazione tra vettori delle coordinate. *Invarianza per traslazione degli assi cartesiani. Invarianza per rotazione degli assi cartesiani.*
Sistema di riferimento in coordinate polari. *Conversione da coordinate polari a coordinate cartesiane.*
Vettori polari e vettori assiali.
Sistema di riferimento in coordinate polari. *Conversione da coordinate polari a coordinate cartesiane.*
Vettori polari e vettori assiali.
Esercizi.
- 50 Momento di un vettore. *Braccio del momento di un vettore.*
Momento di una coppia. *Braccio del momento di una coppia.*
Esercizi.

53 Capitolo II

La cinematica di traslazione

- 53 Punto materiale e traiettoria del suo moto. *Punto materiale. Traiettoria. Moto rettilineo uniforme. Spazio. Velocità istantanea e media. Equazione del moto. Dimensioni della velocità. Esercizi.*
- 61 Moto uniformemente accelerato. *Equazione della velocità. Equazione della accelerazione. Dimensioni dell'accelerazione. Dimostrazione della (2.2.2). Equazione del moto. Velocità media. Moto uniforme su traiettoria qualsiasi. Velocità. Accelerazione. Spazio. Velocità areolare. Esercizi.*
- 83 Moto rettilineo non uniforme.
Moto vario non uniforme.
Esercizi.
- 92 Composizione dei moti. *Moti rettilinei uniformi ortogonali. Moto rettilineo uniforme ortogonale al un moto uniformemente accelerato. Spostamenti, velocità, accelerazioni relativi. Spostamenti relativi. Velocità relativa. Accelerazione relativa. Esercizi.*

111 Capitolo III

La cinematica di rotazione

- 111 Moto circolare uniforme. *Periodo. Frequenza. Equazione del moto. Velocità tangenziale e velocità angolare. Velocità tangenziale. Velocità angolare. Equazione dell'angolo. Relazione tra velocità tangenziale e velocità angolare. Accelerazione centripeta. Velocità areolare. Esercizi.*
- 126 Moto circolare uniformemente accelerato. *Velocità angolare. Velocità Tangenziale. Accelerazione angolare, radiale, tangenziale. Accelerazione risultante. Equazione del moto. Equazione dell'angolo. Analisi vettoriale del moto rotatorio. Esercizi.*

141 Capitolo IV

La forza

- 141 La forza. *Corpo solido e corpo rigido. Traslazione delle forze lungo loro linea di applicazione. Forze vincolari e forze attive. Unità di misura della forza. Composizione e decomposizione delle forze. Risultante delle forze. Componenti di una forza. Composizione delle forze tramite risultanti successive. Composizione di più forze tramite il poligono delle forze. Decomposizione della forza nelle componenti di una direzione assegnata.*
Esercizi.
- 151 Il momento della forza. *Braccio del momento della forza. Forze parallele. Forze parallele equiverse. Forze parallele di verso opposto. Coppia di forze. Momento della coppia. Braccio del momento della coppia. Traslazione e rotazione di un corpo rigido. Composizione di forze applicate a corpi rigidi.*
Esercizi.

165 Capitolo V

La statica

- 165 Equilibrio di un corpo sotto l'azione di più forze. *Equilibrio di un corpo non soggetto a vincoli. Equilibrio di un corpo soggetto a vincoli. La pressione meccanica. Forza peso. Campo gravitazionale terrestre. Pressione meccanica. Dimensioni e unità di misura della pressione. Alcuni esempi basati sull'equilibrio statico. La leva. Il dinamometro. La bilancia. La stadera.*
Esercizi.
- 179 La statica del piano inclinato. *Piano inclinato. Forza applicata parallelamente al piano inclinato. Forza applicata parallelamente alla base del piano inclinato. Forza applicata comunque inclinata rispetto al piano inclinato.*
Esercizi.

185 Capitolo VI

La dinamica di traslazione

- 185 1° principio della dinamica. *Sistema di riferimento inerziale. Principio di inerzia. Massa inerziale* 2° principio della dinamica. *Equazione fondamentale della dinamica. Dimensioni e della forza.*
Esercizi.
- 189 La forza di gravità e il moto dei gravi. *Accelerazione di gravità. Caduta*

- libera dei corpi. Altre due unità di misura della forza peso. Equazione del moto dei proiettili.*
 La dinamica del piano inclinato ideale.
 Forze di inerzia nel moto traslatorio. *Vagone ferroviario. Ascensore.*
 Esercizi.
- 216 Densità e peso specifico. *Densità. Peso specifico.*
 Centro di massa di un sistema di particelle. *Posizione del C.M. Velocità del C.M.. Accelerazione del C.M.. Forza applicata al C.M.*
 Centro di massa di un corpo solido.
 La tensione meccanica.
 Esercizi.
- 237 Quantità di moto. *Quantità di moto di una particella. Quantità di moto dei sistemi di particelle o dei corpi solidi.*
 Terzo principio della dinamica.
 Il principio della conservazione della quantità di moto.
 Principio di azione e reazione. *Forze interne e forze esterne.*
 Esercizi.
- 263 L'attrito. *Attrito dinamico e attrito statico. Attrito radente e attrito volvente. Attrito viscoso.*
 La forza di attrito.
 La dinamica del piano inclinato reale.
 Caduta libera di un corpo in un mezzo viscoso.
 Esercizi.
- 269 Capitolo VII
Le forze elastiche
- 269 Elasticità dei corpi solidi. *Elasticità. Limite di elasticità. Carico di rottura. Legge di Hooke.*
 Elasticità di trazione e di compressione. *Elasticità di trazione. Modulo di elasticità di Young. Coefficiente di Poisson.*
 Elasticità di scorrimento. *Modulo di scorrimento. Angolo di scorrimento.*
 Elasticità di torsione. *Legge di Coulomb.*
 Elasticità di flessione. *Saetta di flessione.*
 Esercizi.
- 277 Forza della molla.
 Moto della massa collegata a una molla ideale.
 Esercizi.
- 290 Sistemi complessi. *Accoppiamento in serie. L'ammortizzatore. L'accelerometro.*
 Complementi analitici.
 Esercizi.

309 Capitolo VIII

Lavoro potenza energia

- 309 Lavoro. *Forza costante. Unità di misura e dimensioni. Forza variabile. Potenza. Unità di misura e dimensioni della potenza. Esercizi.*
- 319 Energia cinetica. *Dimensioni dell'energia cinetica. Energia potenziale. Il principio di conservazione dell'energia. Esercizi.*
- 342 Lavoro compiuto dalla molla. *Forze conservative e forze non conservative. Forza conservativa. La forza della molla quale forza conservativa. Forza non conservativa. La forza d'attrito quale forza non conservativa. Esercizi.*

357 Capitolo IX

La quantità di moto e il suo momento

- 357 Quantità di moto. *Quantità di moto di una particella. Quantità di moto di un sistema di particelle. Quantità di moto di corpo solido. Terzo principio della dinamica. Principio di conservazione della quantità di moto. Principio di azione e reazione. Forze interne e forze esterne. Esercizi.*
- 369 Momento angolare. *Momento angolare di una particella. Braccio del momento angolare. Dimensioni del momento angolare. Principio di conservazione del momento angolare. Relazioni tra momento meccanico e momento angolare. Momento angolare di un sistema di particelle. Esercizi.*
- 376 L'urto. *Classificazione degli urti. Urti unidimensionali. I corpi collidenti possiedono velocità iniziali e finali. Il secondo corpo è inizialmente fermo. Urti a due e a tre dimensioni. Parametro d'urto. L'impulso. Forza impulsiva. Impulso della forza. Impulso istantaneo. Esercizi.*

409 Capitolo X

La dinamica di rotazione

- 409 Forza centripeta. *Moto circolare uniforme. Moto circolare uniformemente accelerato.*

- Forze inerziali nel moto rotatorio. *Forza centrifuga. Forza di Coriolis. Analisi vettoriale della forza di Coriolis.*
Esercizi.
- 432 Il pendolo ideale.
Moto oscillatorio periodico.
L'equazione del moto del pendolo. *Pendolo ideale. Pendolo reale.*
Esercizi.
- 447 Momento meccanico di un sistema di particelle.
Sistema di particelle rotante attorno ad un asse fisso.
Momento di inerzia.
Corpo solido rotante.
Calcolo di alcuni momenti d'inerzia tipici. *Momento d'inerzia di un cilindro pieno rispetto al suo asse. Momento d'inerzia di un cilindro pieno rispetto al diametro centrale. Momento d'inerzia di una sfera piena rispetto ad un suo diametro.*
Il teorema di Steiner.
Esercizi.
- 455 Momento meccanico di un corpo ruotante attorno a un asse fisso.
Composizione di un moto traslatorio e un moto rotatorio. *La forza di attrito volvente. Moto di puro rotolamento causato da una forza..*
La trottola e il suo moto di precessione.
Esercizi.
- 475 **Capitolo XI**
L'energia cinetica e il lavoro di rotazione
- 475 Energia cinetica di rotazione. *Sistema di particelle. Corpo rigido.*
Il lavoro nel moto rotatorio.
Esercizi.
Lavoro e potenza di un corpo rigido ruotante attorno ad un asse fisso. *Lavoro. Potenza.*
- 486 Il principio di conservazione del momento angolare di un corpo rigido rotante.
Esercizi.
- 493 **Capitolo XII**
Sistemi meccanici complessi
- 493 L'ammortizzatore. *Complementi.*
L'accelerometro.
Caduta libera di un corpo in un mezzo viscoso.
Esercizi.

- 517 **Capitolo XIII**
 Cenni sulla gravitazione universale
- 517 La legge di gravitazione universale. *Costante di gravitazione universale.*
 519 Sistema solare. *I pianeti.*
 Leggi di Keplero.
 Unità di misura astronomica.
 Esercizi.
- 531 **Capitolo XIV**
 Cenni sulla struttura della materia
- 531 La costituzione della materia. *Molecole. Atomi. Protoni e Neutroni. Quarks. Elettroni. Numero di massa e numero atomico. Isotopi.*
 Gli stati di aggregazione della materia. *Solidi. Liquidi. Gas.*
 Grandezze atomiche e molecolari. *Peso atomico. Peso molecolare. Grammo atomo. Grammo molecola. Numero di Avogadro.*
 Esercizi.
- 541 **Capitolo XV**
 La statica e la dinamica dei fluidi
- 541 La pressione nei liquidi.
 La legge di Pascal. *Torchio idraulico.*
 Esercizi.
- 546 Principio di Archimede. *Spinta di Archimede.*
 Condizioni di equilibrio di un corpo immerso in un fluido. *Corpi immersi in un liquido. Corpi immersi in un gas.*
 I vasi comunicanti.
 Esercizi.
- 561 Pressione atmosferica. *Esperimento di Torricelli. Gli emisferi di Magdeburgo. Aerostatica.*
 Spinta aerostatica.
 Alcuni strumenti di misura della pressione dell'aria. *Barometro, Manometro.*
 Esercizi.
- 572 Moto dei fluidi. *Moto stazionario e non stazionario. Moto irrotazionale e rotazionale.*
 Comprimibilità.
 Teorema di Torricelli. *Velocità di deflusso.*
 Teorema di Bernulli. *Tubazione inclinata. Tubazione orizzontale.*
 La portata.
 La forza di attrito viscoso. *Viscosità.*

La resistenza dell'aria. *La portanza. La pompa rotativa.*
Esercizi.

589 Capitolo XVI
 La termologia

- 589 La temperatura.
 Scale termometriche. *Il termometro.*
 Esercizi.
 Dilatazione termica lineare nei solidi. *Coefficiente di dilatazione termica lineare.*
- 594 Dilatazione termica cubica nei solidi e nei liquidi. *Dilatazione termica cubica nei solidi. Coefficiente di dilatazione cubica. Variazione della densità nei solidi. Dilatazione termica cubica nei liquidi.*
 Il termometro.
 Esercizi.
- 609 Dilatazione termica nei gas.
 Legge di Boyle-Mariotte.
 Leggi di Gay-Lussac. *Prima legge di Gay-Lussac. Seconda legge di Gay-Lussac. Legame tra la legge di Boyle-Mariotte e leggi di Gay-Lussac.*
 Esercizi.
- 619 Equazione caratteristica dei gas.
 Gas perfetto. *Valori limite di un gas perfetto.*
 Equazione di stato dei gas perfetti. Costante universale dei gas.
 Dipendenza della densità dei gas dalla pressione e dalla temperatura.
 Esercizi.

631 Capitolo XVII
 La caloria

- 631 Quantità di calore. *Caloria.*
 Calore specifico.
 La Capacità termica molare.
 La legge di Dulong-Petit.
 Il calorimetro. *Calorimetro ad acqua. Equivalente in acqua. Calorimetro a ghiaccio.*
 Esercizi.
- 641 Calore latente nei cambiamenti di stato. *Calore di fusione. Calore latente di fusione.*
 Vaporizzazione. *Ebollizione. Evaporizzazione. Vapore saturo. Pressione del vapore saturo.*

Calore latente di vaporizzazione. Calore di vaporizzazione.
Propagazione del calore. Propagazione per conduzione. Propagazione per convezione.
Propagazione per irraggiamento. Legge di Kirchhoff.
 Esercizi.

657 Capitolo XVIII

La termodinamica

- 657 Generalizzazione del principio di conservazione dell'energia. *Energia termica.*
Equivalente meccanico della caloria.
 Sistemi termodinamici. *Sistema composto da un fluido omogeneo chimicamente definito.*
Sistema composto da un miscuglio. Sistema non omogeneo. Fasi di un sistema termodinamico.
Equazione di stato.
 Trasformazioni termodinamiche. *Trasformazione isoterma. Trasformazione isobara.*
Trasformazione isocora. Trasformazione termodinamica reversibile.
 Lavoro di trasformazione dei gas. *Lavoro compiuto in una trasformazione isoterma. Lavoro compiuto in una trasformazione isobara. Lavoro compiuto nelle trasformazioni cicliche.*
 Il 1° principio della termodinamica. *Funzione di stato. Energia interna. Forma differenziale del 1° principio della termodinamica. Energia fornita in una trasformazione isocora.*
 Esercizi.
- 672 Velocità quadratica media molecolare. *Isotropia dei fluidi.*
 Interpretazione cinetica della temperatura. *Costante di Boltzmann. Contributo all'energia interna di un gas perfetto, dovuto all'energia cinetica delle sue molecole. Principio di equipartizione dell'energia. Gradi di libertà.*
 Esercizi.
- 682 Calori specifici e capacità termiche molari dei gas perfetti. *Primo principio della termo-dinamica in funzione delle variabili indipendenti. Calore specifico e capacità termica molare. Calore specifico a volume costante. Calore specifico a pressione costante. Gas perfetti monoatomici. Gas perfetti biatomici. Gas perfetti poliatomici. Calori specifici molari dei gas reali.*
Trasformazione adiabatica. Lavoro compiuto da una trasformazione adiabatica. Gas perfetti poliatomici. Volume limite del gas in una compressione adiabatica.
 Esercizi.
- 708 Secondo principio della termodinamica.
 Macchine termiche. *Sorgente e refrigerante di una macchina termica. Tipi*

di macchine termiche e loro rendimento. Rendimento di una macchina termica.

Il ciclo di Carnot.

Teorema di Carnot. *Corollario.*

Entropia. *Entropia in una trasformazione reversibile. Trasformazione irreversibile. Integrale di Clausius. Variazione di entropia in un ciclo completo. Terza formulazione del 2° della termodinamica.*

Interpretazione cinetico-molecolare dell'entropia. *Processi macroscopici e microscopici.*

Esperienza di Joule. Relazione di Boltzmann. La funzione di stato Entalpia o trasformazione isobaro entropica.

Esercizi.

757 Principio di Nernst.

Terzo principio della termodinamica o principio di Nernst.

Calori specifici dei solidi. *Il teorema di Nerst.*

Fisica classica

Prima parte

Introduzione

Poiché da parte degli studenti, provenienti dalla scuola media superiore, che accedono alle facoltà scientifiche, troppo spesso si constata che la modesta preparazione di base dei concetti di fisica, impedisce loro una rapida assimilazione di quelli proposti nei corsi del triennio di Fisica Classica, nelle intenzioni dell'autore, le due opere dovrebbero fungere da utile presidio didattico atto a porre lo studente medio nelle condizioni di affrontare più agevolmente gli esami scritti e orali dei corsi di Fisica Classica, che sono previsti nel triennio delle facoltà scientifiche.

I concetti che man mano vengono introdotti sono accompagnati da figure e, alla fine di ogni sub capitolo, da una raccolta di esercizi svolti (il cui numero varia a seconda della complessità degli argomenti trattati), alcuni testi dei quali, nel corso degli ultimi anni, sono stati assegnati agli studenti durante i corsi, a fine corsi e in sede di esami, da alcune facoltà scientifiche di Roma.

Premessa

Lo studio che faremo degli *Enti Geometrici Vettoriali* non sarà esaustivo dell'argomento, ma si limiterà ad analizzare quei concetti che (al momento della loro utilizzazione) rappresenteranno un'analogia fisico-vettoriale che fungerà da strumento analitico semplificativo.

Gli argomenti trattati in questo primo capitolo non sempre evidenziano un legame diretto con un corso di *Fisica Classica*; d'altra parte, poiché durante lo svolgimento del corso verranno spesso richiamati i concetti, le relazioni e gli esercizi in esso svolti, si consiglia il lettore di non trascurarne lo studio.

1.1. Grandezze fisiche scalari. Grandezze fisiche vettoriali. Esercizi

Grandezze fisiche scalari

Una grandezza fisica identificata da un valore numerico, dall'unità di misura o dalle dimensioni, è detta *grandezza fisica scalare*. Ad esempio, con l'espressione $L=50_J=50_{\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2}$ è identificata la *grandezza fisica scalare* chiamata *Lavoro* e indicata con il simbolo L , essendo caratterizzata da un valore numerico pari a 50, dall'unità di misura chiamata *joule* e indicata con il simbolo J , o dalle dimensioni indicate con $[\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2]$. Con l'espressione $T=200_K$ è identificata la *grandezza fisica scalare* chiamata *temperatura assoluta* e indicata con il simbolo T , essendo caratterizzata dal valore numerico pari a 200 e dall'unità di misura *grado kelvin* indicata col simbolo K .

Grandezze fisiche vettoriali

Una grandezza fisica che per essere completamente identificata, oltre al valore numerico, all'unità di misura o dimensioni, è caratterizzata da una direzione e da un verso o orientamento, è detta *grandezza fisica vettoriale*. Questo perché, se si esclude l'unità di misura o le dimensioni, tali caratteristiche identificano gli *enti geometrici vettoriali*.

In conclusione, così come vedremo in seguito, essendo i vettori degli enti di più semplice manipolazione, risulta conveniente rappresentare le *grandezze fisiche vettoriali* tramite essi.

Versore – La notazione di una grandezza fisica vettoriale può essere espressa da un simbolo scritto in grassetto o sovrapposto da una freccia. Se un vettore unitario, chiamato *versore*, che indicheremo con il simbolo $\vec{u}$, ha la direzione e il verso di una grandezza vettoriale d'interesse, questa può essere espressa mediante il prodotto del suo valore numerico (dotato dell'unità di misura o dalle dimensioni) per il suo versore. Ad esempio, la

l'espressione:

$$\vec{F} = 2_N \cdot \vec{u} = 2_{kg \cdot m \cdot s^{-2}} \cdot \vec{u}$$

identifica la grandezza fisica vettoriale chiamata *forza* e indicata con il simbolo $\vec{F}$, essendo caratterizzata da un valore numerico uguale a 2, dall'unità di misura chiamata *Newton* $[N]$ o dalle dimensioni chilogrammi per metri e divisa per secondi al quadrato $[kg \cdot m \cdot s^{-2}]$ e dalla direzione e dal verso del versore $\vec{u}$. L'espressione $\vec{v} = 4_{m \cdot s^{-1}} \cdot \vec{u}$ identifica la grandezza fisica vettoriale chiamata *velocità* e indicata con il simbolo $\vec{v}$, essendo caratterizzata da un valore numerico uguale a 4, dalle dimensioni $[m \cdot s^{-1}]$ e dalla direzione e dal verso del versore $\vec{u}$.

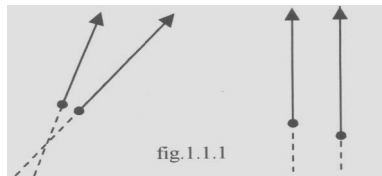
Modulo – Il modulo di una grandezza fisica vettoriale può essere indicato con la sua notazione vettoriale posta fra due barre, con il simbolo privo di freccia se è maggiore o uguale a zero, dal suo opposto se è minore di zero, con il suo valore numerico caratterizzato da un pedice che esprime l'unità di misura o le dimensioni. Ad esempio, il modulo della velocità $\vec{v}$ si può scrivere nelle forme $|\vec{v}| = v$, se $v \geq 0$; $-v$, se $v < 0$.

Rappresentazione vettoriale di una grandezza fisica - Una grandezza fisica vettoriale può essere rappresentata da un vettore, costituito da una freccia, la cui coda indica il suo punto d'applicazione, l'asse la sua direzione o linea d'azione, la lunghezza il suo modulo e la punta il suo verso o orientamento. Quindi, se a un vettore, le cui caratteristiche corrispondono alla grandezza fisica vettoriale d'interesse, si attribuisce l'unità di misura o le dimensioni, esso la rappresenta compiutamente. Ad esempio, se la lunghezza del segmento di fig.1 vale 1, il vettore di fig.2, le cui dimensioni sono $m \cdot s^{-1}$, rappresenta la grandezza fisica vettoriale chiamata velocità $\vec{v} = 4_{m \cdot s^{-1}} \cdot \vec{u}$, avendo il modulo pari a 4, le dimensioni $[m/s]$, la direzione orizzontale e l'orientamento verso destra.

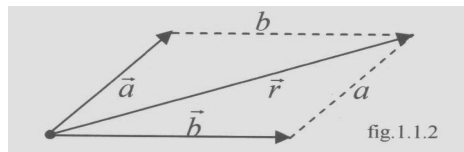


Proprietà di scorrimento dei vettori – I vettori godono della proprietà di poter scorrere lungo la loro direzione, senza alterarne le caratteristiche. Quindi, essendo le grandezze fisiche vettoriali rappresentabili da vettori, anch'esse possono scorrere lungo la loro linea d'azione, senza alterarne le caratteristiche. Ad esempio, come indicato in fig.1.1.1, la conseguenza di

una tale proprietà comporta che, dati due vettori (e quindi le grandezze vettoriali rappresentati) le cui direzioni formano un angolo, è sempre possibile far incontrare i loro punti di applicazione. Al contrario, se i due vettori sono paralleli, comunque si facciano scorrere, i loro punti d'applicazione non si incontrano mai.

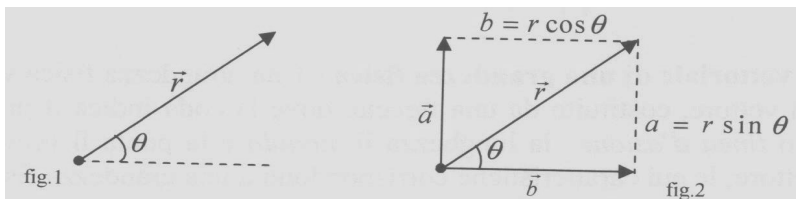


Decomposizione di un vettore - Dato un vettore $\vec{r}$, decomporlo secondo due direzioni assegnate nei vettori $\vec{a}$, $\vec{b}$, detti componenti, significa eseguire una costruzione in cui $\vec{r}$ rappresenti la diagonale di un parallelogramma i cui lati a , b siano i moduli dei vettori $\vec{a}$, $\vec{b}$, come indicato nell'esempio di fig.1.1.2.



Esercizi

1.1.2 – Decomporre nelle sue componenti il vettore $\vec{r}$ di fig.1, di modulo $r=10$ che forma con l'orizzontale l'angolo $\theta=0,644_r$, secondo le due direzioni ortogonali tra loro.



- I lati del parallelogramma di fig.2, la cui diagonale è il vettore $\vec{r}$, valgono:

$$a = r \sin \theta = 10 \cdot \sin 0,644 = 10 \cdot 0,6 = 6; \quad b = r \cos \theta = 10 \cdot \cos 0,644 = 10 \cdot 0,8 = 8$$

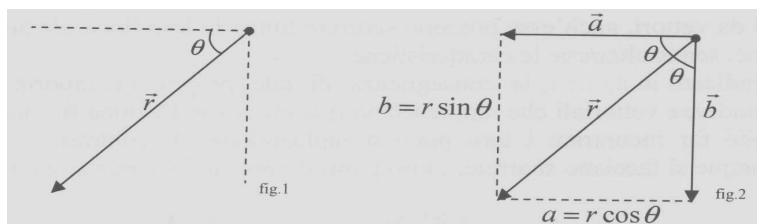
Quindi, le componenti del vettore $\vec{r}$ sono i vettori $\vec{a}$, $\vec{b}$ i cui moduli sono a , b come indicato in fig.2.

1.1.3 – Dato il vettore $\vec{r}$ di fig.1, il cui modulo vale $r = 12,73$, che forma con l'orizzontale un angolo $\theta = 45^\circ$, decomporlo nei suoi vettori componenti $\vec{a}$ e $\vec{b}$, secondo due direzioni ortogonali tra loro.

- Come indicato in fig.2, le componenti orizzontale e verticale di $\vec{r}$ sono i vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$ i cui moduli valgono:

$$a = r \cos \theta = 12,73 \cdot \cos 45^\circ = 12,73 \cdot 0,707 = 9$$

$$b = r \sin \theta = 12,73 \cdot \sin 45^\circ = 12,73 \cdot 0,707 = 9$$



Infatti, essendo $\theta = 45^\circ$, r è la diagonale di un quadrato che posto $l = a = b$, per Pitagora si ha:

$$r = \sqrt{l^2 + l^2} = \sqrt{2l^2} = l\sqrt{2} \quad \Rightarrow \quad l = \frac{r}{\sqrt{2}} = \frac{12,73}{1,41} = 9$$

1.1.4 – Il vettore $\vec{r}$ di fig.1, il cui modulo $r = 25$ forma con la verticale l'angolo $\theta = 37^\circ$, rappresenta la risultante dei vettori componenti $\vec{a}, \vec{b}$. Calcolare i moduli

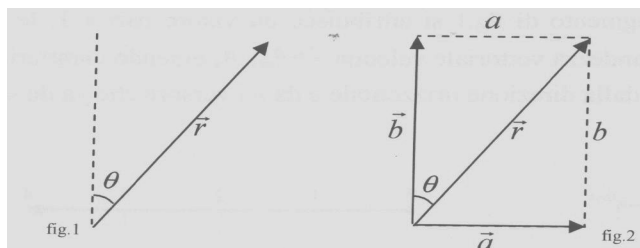
- Come indicato in fig.2, i moduli dei vettori $\vec{a}, \vec{b}$ valgono:

$$a = r \sin \theta = 25 \cdot \sin 37^\circ = 15; \quad b = r \cos \theta = 25 \cdot \cos 37^\circ = 20$$

Infatti, applicando Pitagora al triangolo di lati a, b e ipotenusa r , si ottiene:

$$r = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{15^2 + 20^2} = 25$$

dalla quale risulta che a e b sono i moduli delle componenti di $\vec{r}$.



1.2. Operazioni vettoriali. Composizione e decomposizione dei vettori. Risultante di due vettori paralleli. Coppia di vettori. Esercizi

Operazioni vettoriali

La somma vettoriale – Dati i vettori addendi $\vec{a}, \vec{b}$ comunque inclinati tra loro e rispetto all'orizzontale, la loro somma vettoriale $\vec{r}$ è il vettore somma:

$$\vec{r} = \vec{a} + \vec{b} \quad (1.2.1)$$

La somma vettoriale gode della proprietà commutativa che, se $\vec{a}, \vec{b}$ sono i vettori addendi, può essere indifferentemente data da:

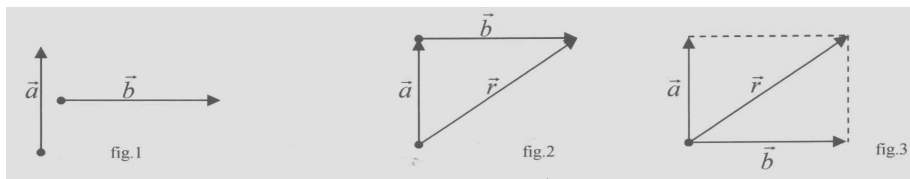
$$\vec{r} = \vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a} \quad (1.2.2)$$

e della proprietà associativa che se $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ sono i vettori addendi, è data da:

$$\vec{r} = (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{b} + (\vec{a} + \vec{c}) \quad (1.2.3)$$

Graficamente la somma vettoriale si può ottenere tramite due regole.

1^a regola - Dati i vettori addendi $\vec{a}, \vec{b}$, a partire dal punto di applicazione o coda, si traccia il vettore $\vec{a}$; si traccia poi il vettore $\vec{b}$, applicando la sua coda sulla punta di $\vec{a}$. Il vettore somma $\vec{r}$, che parte dalla coda di $\vec{a}$ e arriva alla punta di $\vec{b}$, ha un modulo che si può ricavare tramite il teorema di Pitagora o tramite il calcolo trigonometrico. La direzione di $\vec{r}$, che è determinata dalla retta passante per esso, è fissata dall'angolo d'inclinazione rispetto all'asse di riferimento e il verso è quello indicato dalla sua punta.



2^a regola o del parallelogramma - A partire dalla sua coda, si traccia il vettore $\vec{a}$; si traccia poi il vettore $\vec{b}$, facendo coincidere la sua coda con la coda di $\vec{a}$. Il vettore somma $\vec{r}$ è dato dalla diagonale del parallelogramma costruito sui vettori addendi, la cui coda coincide con le loro code e il modulo, la direzione e il verso si ottengono come nella *1^a regola*. Ad esempio, dati i vettori $\vec{a}, \vec{b}$ di fig.1, tramite la proprietà di scorrimento dei