

A02

Raimondo Paoletti

**Sistemi di controllo automatico
continui e discreti**





Aracne editrice

www.aracneeditrice.it
info@aracneeditrice.it

Copyright © MMXVII
Gioacchino Onorati editore S.r.l. – unipersonale

www.gioacchinoonoratieditore.it
info@gioacchinoonoratieditore.it

via Vittorio Veneto, 20
00020 Canterano (RM)
(06) 45551463

ISBN 978-88-255-0086-8

*I diritti di traduzione, di memorizzazione elettronica,
di riproduzione e di adattamento anche parziale,
con qualsiasi mezzo, sono riservati per tutti i Paesi.*

*Non sono assolutamente consentite le fotocopie
senza il permesso scritto dell'Editore.*

I edizione: marzo 2017

Indice

7 *Introduzione*

Parte I

I sistemi a tempo continuo e loro controllo automatico

11 Capitolo I

I sistemi lineari

1.1. Linearità di un sistema, 11 – 1.2. Esempi di sistemi lineari, 12 – 1.3. Le equazioni che descrivono i sistemi lineari, 37

73 Capitolo II

Classificazione dei sistemi lineari

2.1. Il derivatore, 73 – 2.2. L'integratore, 81 – 2.3. Sistemi del primo ordine, 88 – 2.4. Sistemi del secondo ordine, 96

109 Capitolo III

Il calcolo operazionale

3.1. Le tavole di trasformazione di Laplace, 109 – 3.2. La funzione di trasferimento, 111 – 3.3. Gli schemi a blocchi, 120 – 3.4. Calcolo della risposta dei sistemi mediante l'uso delle tavole di trasformazione, 125 – 3.5. Calcolo della risposta dei sistemi mediante la tecnica di trasformazione per sviluppo in serie, 144 – 3.6. Risposta dei sistemi di ordine qualsiasi a fronte della sinusoide, 159

163 Capitolo IV

I diagrammi di Bode e di Nyquist

4.1. Il teorema di Fourier per le funzioni aperiodiche, 163 – 4.2. Integrale di Fourier, 164 – 4.3. Trasformate di Fourier di alcuni regimi canonici, 166 – 4.4. Diagrammi di Bode e di Nyquist dei sistemi elementari, 169 – 4.5. I diagrammi del sistema del terzo ordine, 207 – 4.6. I diagrammi dei sistemi di ordine vario, 223

235 Capitolo V

I sistemi controeazionati

5.1. Effetti della controeazione, 235 – 5.2. La stabilità, 246 – 5.3. I metodi di compensazione, 262 – 5.4. Il regolatore, 281

307 Capitolo VI

Acquisizione e trasmissione dati

6.1. La temperatura, 307 – 6.2. La pressione, 349

Parte II

I sistemi a tempo discreto e loro controllo automatico

361 Capitolo VII

I sistemi discreti

7.1. Introduzione, 361 – 7.2. Esercitazione 1, 369 – 7.3. Le equazioni alle differenze, 378 – 7.4. Esercitazione 2, 388 – 7.5. La soluzione delle equazioni alle differenze, 399 – 7.6. Esercitazione 3, 402 – 7.7. La trasformata-z, 408 – 7.8. Esercitazione 4, 412 – 7.9. I teoremi della trasformata-z, 417 – 7.10. La soluzione delle equazioni alle differenze mediante la trasformata-z, 428 – 7.11. Riepilogo sulle tecniche risolutive delle equazioni alle differenze tramite la trasformata-z, 446 – 7.12. Esercitazione 6, 455

463 Capitolo VIII

Campionamento e ricostruzione dei segnali

8.1. Introduzione, 463 – 8.2. Il sampler ideale, 466 – 8.3. esercitazione 7, 483 – 8.4. La ricostruzione dei segnali, 496 – 8.5. Esercitazione 8, 513

523 Capitolo IX

Filtri e regolatori digitali implementazione e interfacciamento

9.1. I filtri digitali, 523 – 9.2. I regolatori digitali, 534 – 9.3. I filtri e i regolatori digitali nel dominio della frequenza, 537 – 9.4. L'implementazione dei moduli del secondo ordine, 541 – 9.5. Il convertitore digitale analogico, 552 – 9.6. Esercitazione 9, 561 – 9.7. Il convertitore analogico digitale, 570 – 9.8. Esercitazione 10, 574

583 Capitolo X

Sistemi di controllo a TD a catena aperta

10.1. Introduzione, 583 – 10.2. La funzione di trasferimento impulsiva $g(z)$, 586 – 10.3. Esercitazione 11. Catena aperta di un servomeccanismo di posizione, 696 – 10.4. Catene aperte con filtri e regolatori digitali, 617 – 10.4. La trasformata-z modificata, 000 – 10.5. La trasformata-z modificata, 622 – 10.6. Le catene aperte con tempi di ritardo, 634 – 10.7. Il campionamento asincrono, 635 – 10.8. Esercitazione 12. Catena aperta di un sistema di controllo dell'umidità di un ambiente, 637

661 Capitolo XI

Catene chiuse dei sistemi di controllo a TD

11.1. Introduzione, 661 – 11.2. Analisi delle catene chiuse con i grafi di flusso, 666 – 11.3. La risposta dei sistemi a TD a catena chiusa, 674 – 11.4. Esercitazione 13. Il controllo di temperatura mediante una catena chiusa a T.D., 682 – 11.5 La pianta della catena è un sistema del secondo ordine, 689 – 11.6. Esercitazione 14. Chiusura della catena di controllo dell'umidità analizzata in e.11, 696

Introduzione

Nelle intenzioni dell'autore, lo scopo dell'opera è quello di mettere a disposizione dello studente un presidio didattico che, con tecniche di simulazione ed esperienze pratiche, tende a rielaborare i concetti teorici che man mano vengono acquisiti.

Il percorso seguito, che si basa sull'utilizzo di circuiti e di componenti dell'elettronica industriale, mediante l'ausilio di tecniche matematiche, dovrebbe porre lo studente nelle condizioni di effettuare l'analisi e la sintesi di semplici, ma aderenti alla realtà, catene di controllo elettroniche.

L'auspicio si basa sull'utilità di affrontare lo studio di una materia, obiettivamente complessa come è quella trattata in questo testo, attraverso un percorso pratico e sequenziale che, mediante lo sviluppo di esercizi finalizzati, si estrinseca nella progettazione e nella realizzazione, sia in simulazione che praticamente, di esperienze strettamente collegate agli argomenti svolti nei corsi di sistemi.

Lo studio proposto, che si dipana attraverso la suddivisione della materia trattata in parti omogenee, si sforza di evitare che i complessi concetti matematici utilizzati vengano intesi come il fine dello studio dei sistemi; mentre, al contrario, vanno visti come strumenti atti a risolvere le problematiche affrontate.

PARTE I

I SISTEMI A TEMPO CONTINUO
E LORO CONTROLLO AUTOMATICO

I sistemi lineari

1.1. Linearità di un sistema

Un sistema si dice lineare se per esso è valido il principio della sovrapposizione degli effetti, che può essere enunciato nel modo seguente. Se a fronte degli n ingressi di un sistema:

$$r_1(t), r_2(t), \dots, r_n(t)$$

le corrispondenti n uscite sono:

$$c_1(t), c_2(t), \dots, c_n(t)$$

il sistema si dice lineare se, a fronte dell'ingresso:

$$r(t) = k_1 r_1(t) + k_2 r_2(t) + \dots + k_n r_n(t)$$

la sua uscita vale:

$$c(t) = k_1 c_1(t) + k_2 c_2(t) + \dots + k_n c_n(t)$$

dove $k_1, k_2, \dots, k_n$ sono n costanti arbitrarie. In altri termini, se all'ingresso di un sistema lineare si applica la somma algebrica di un numero qualsiasi di segnali, si ottiene un'uscita che è pari alla somma algebrica delle uscite che si otterrebbero a fronte dei singoli segnali d'ingresso. In realtà, se si vuole che un sistema si comporti sempre linearmente è necessario che il prodotto tra la somma delle ampiezze dei segnali d'ingresso e il guadagno del sistema non superi mai il tratto lineare della sua caratteristica ingresso/uscita, essendo questo nei sistemi reali sempre limitato.

1.2. Esempi di sistemi lineari

1.2.1. L'amplificatore operazionale

1.2.1.1. Il sistema

Prendiamo in considerazione l'amplificatore operazionale (A.O.) in configurazione invertente, rappresentato in Fig. 1.1. Si tratta di un sistema che, fin quando l'ampiezza della eccitazione v_i assume valori compresi nel suo campo di variazione d'ingresso, delimitato da un valore minimo e un da valore massimo

$$V_{im} \leq v_i \leq V_{iM}$$

si comporta in modo lineare.

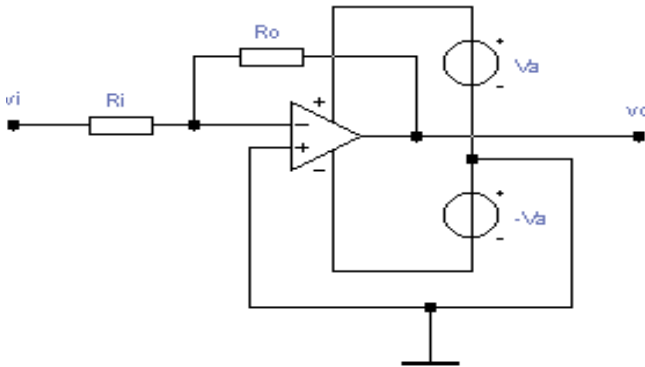


Fig. 1.1.

Ricordando che il guadagno del sistema in tale configurazione vale:

$$A = -\frac{R_o}{R_i} \quad (1.1)$$

il segnale d'uscita v_o assumerà i valori:

$$v_o = Av_i$$

che saranno compresi nel suo campo di variazione d'uscita, delimitato da un valore minimo e da un valore massimo:

$$V_{om} \leq v_o \leq V_{oM}$$

Sotto tali condizioni, il sistema di Fig. 1.1., rappresentato dal blocco di Fig. 1.2., può essere trattato alla stregua di un sistema lineare.

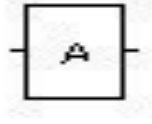


Fig. 1.2

la cui caratteristica ingresso/uscita, qualitativamente, è quella rappresentata in Fig. 1.3.

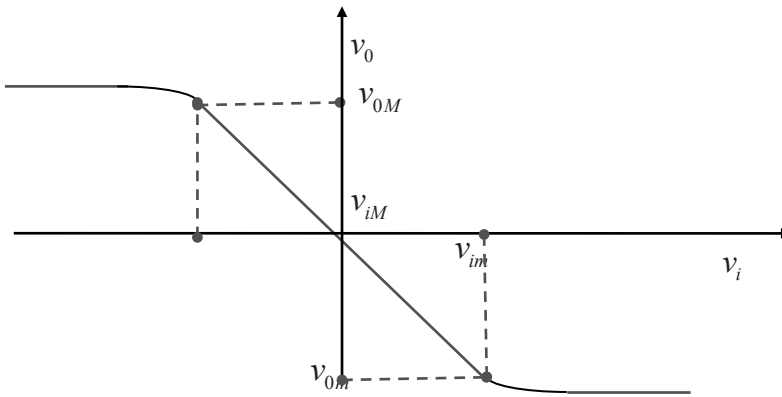


Fig. 1.3.

1.2.1.2. Ingresso continuo

Polarizzando l'A.O. con una tensione d'alimentazione $V_a = \pm 15_V$, una resistenza di controreazione $R_0 = 10_{k\Omega}$ e una resistenza d'ingresso $R_i = 1_{k\Omega}$, lo schema completo è quello indicato in Fig. 1.4.

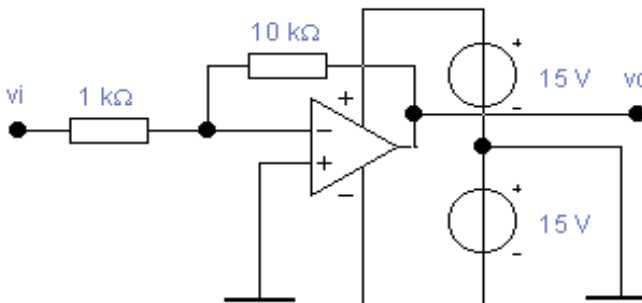


Fig. 1.4.

Poiché, per il valore delle resistenze scelto, il guadagno (1.1) della configurazione vale:

$$A = -\frac{R_o}{R_i} = -\frac{10_{k\Omega}}{1_{k\Omega}} = -10$$

si vuole analizzare il comportamento del sistema a fronte di alcuni segnali continui. A fronte dei seguenti segnali di ingresso l'A.O. deve rispondere secondo il corrispondenti segnali d'uscita.

- A fronte del segnale $V_{i1} = 0,5_V$, la risposta deve valere:
 $V_{o1} = AV_{i1} = -10 \cdot 0,5_V = -5_V$ a
- A fronte del segnale $V_{i2} = 0,3_V$, la risposta deve valere:
 $V_{o2} = AV_{i2} = -10 \cdot 0,3_V = -3_V$
- A fronte del segnale $V_{i3} = 0,4_V$, la risposta deve valere:
 $V_{o3} = AV_{i3} = -10 \cdot 0,4_V = -4_V$
- A fronte del segnale $V_{i4} = 0,6_V$, la risposta deve valere:
 $V_{o4} = AV_{i4} = -10 \cdot 0,8_V = -8_V$

1.2.1.3. Simulazione 1

Come si osserva nelle simulazioni di Fig. 1.5., è proprio ciò che accade.

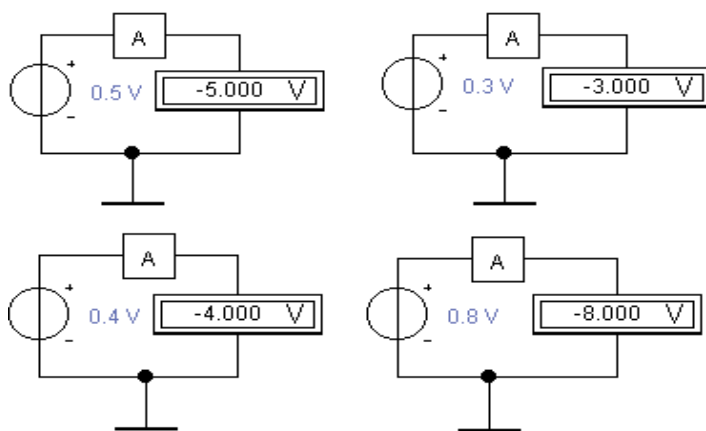


Fig. 1.5.

Se si applica la somma di alcuni o di tutti i suddetti segnali d'ingresso, affinché il sistema si comporti linearmente, deve dare una risposta che, per il principio della sovrapposizione degli effetti, deve essere corrispondente al previsto segnale di uscita. Ad esempio:

– a fronte del segnale $V_{is1} = V_{i1} + V_{i2} = 0,5_V + 0,3_V = 0,8_V$ la risposta deve valere:

$$V_{os1} = AV_{is1} = -10 \cdot 0,8_V = -8_V$$

– a fronte del segnale $V_{is2} = V_{i1} + V_{i2} + V_{i3} = 0,5_V + 0,3_V + 0,4_V = 1,2_V$ la risposta deve valere:

$$V_{os2} = AV_{is2} = -10 \cdot 1,2_V = -12_V$$

– a fronte del segnale $V_{is3} = V_{i1} + V_{i2} + V_{i3} + V_{i4} = 0,5_V + 0,3_V + 0,4_V + 0,6_V = 1,8_V$ la risposta deve valere:

$$V_{os3} = AV_{is3} = -10 \cdot 1,8_V = -18_V$$

1.2.1.4. Simulazione 2

Se le somme dei singoli segnali d'ingresso vengono iniettate nell'amplificatore, tramite l'utilizzo di un sommatore a tre vie di Fig. 1.6, si ottengono i risultati che si osservano nelle simulazioni rispettivamente rappresentate nelle Figg. 1.6., 1.7. e 1.8.

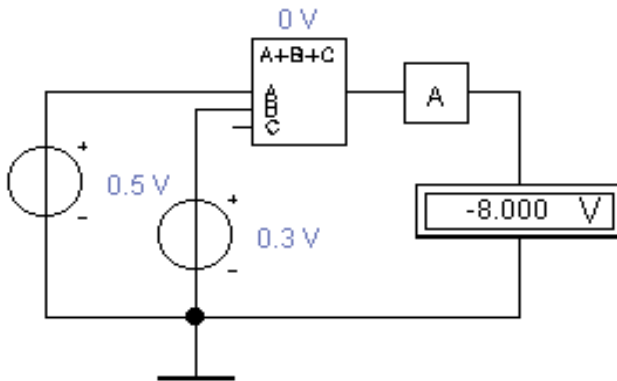


Fig. 1.6.

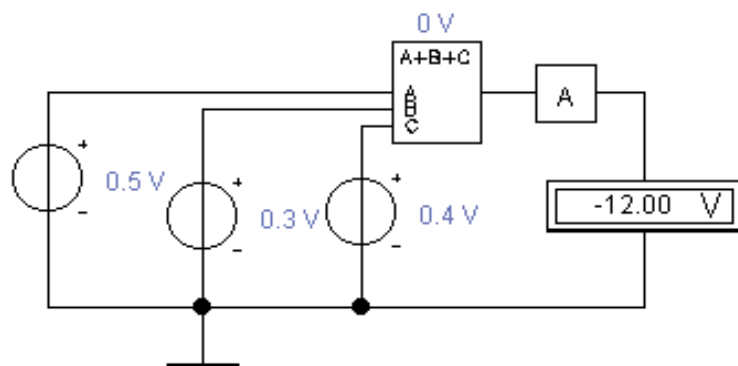


Fig. 1.7.

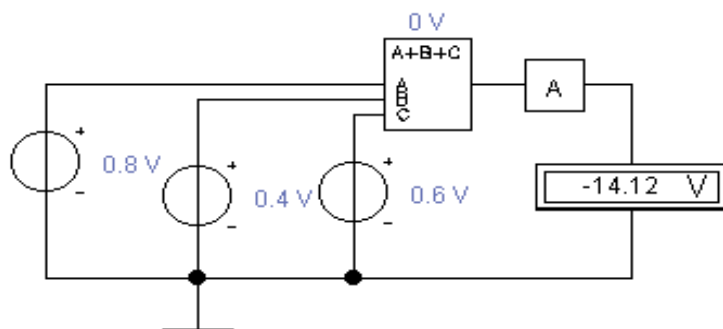


Fig. 1.8.

Nelle Figg. 1.6. e 1.7. si ottiene quanto previsto dalla teoria; per cui, il risultato della simulazione dimostra che il sistema si sta comportando linearmente. Nella Fig. 1.8., a causa del fenomeno della saturazione, l'uscita del sistema assume il valore $V_{os3} = -14,2_V$ in luogo di quello $V_{os3} = -18_V$ che ci saremmo aspettati; per cui, poiché non viene rispettato il principio della sovrapposizione degli effetti, il sistema non si sta più comportando linearmente.

Nel sistema dell'esempio è possibile iniettare la somma di un numero qualsiasi di segnali d'ingresso, ma se si vuole che questo si comporti linearmente, è necessario che la somma stessa sia tale che il valore che si ottiene, dal suo prodotto per il guadagno del sistema, non superi il tratto lineare della caratteristica ingresso/uscita dell'A.O rappresentato in Fig. 1.9. Poiché, oltre al fenomeno della saturazione si vuole evitare anche quello della distorsione che, sempre a causa di un comportamento non lineare del sistema, si avrebbe in corrispondenza

di un'uscita che si colloca nell'intorno dei ginocchi della caratteristica, il valore del prodotto della somma delle ampiezze degli ingressi V_{is} per il guadagno del sistema A deve essere sempre tale che l'uscita sia $V_{os} = AV_{is} \leq 13,5_V$, come è evidenziato nella caratteristica del nostro sistema.

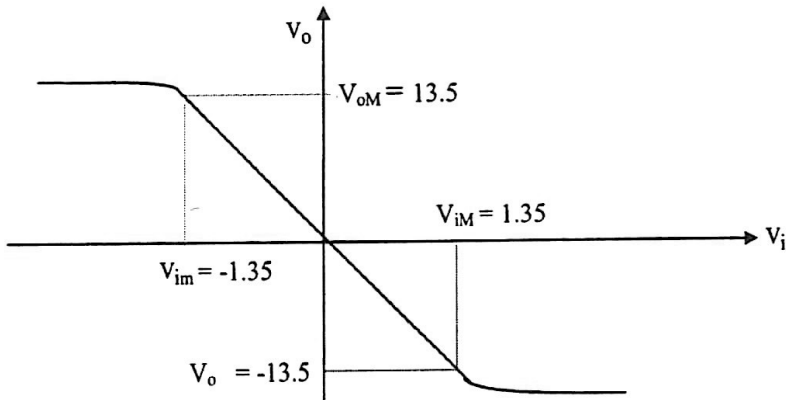


Fig. 1.9.

1.2.1.5. Ingresso alternato

Si vuole ora analizzare il comportamento del sistema, a fronte di ingressi sinusoidali, i cui valori quadratici medi V_{RMS} , sono pari all'ampiezza degli ingressi della precedente simulazione. Ricordando che il valore di picco di un segnale di tipo sinusoidale è:

$$V_P = V_{RMS} \sqrt{2} \quad (1.2)$$

– a fronte del segnale $V_{RMS_{is1}} = V_{RMS_{i1}} + V_{RMS_{i2}} + V_{RMS_{i3}} = 0,5_V + 0,3_V = 0,8_V$, si deve avere una risposta che, per il principio della sovrapposizione degli effetti, deve valere:

$$V_{RMS_{os1}} = 10 \cdot 0,8_V = 8_V$$

che comporta un valore di picco:

$$V_{Po1} = 8_V \cdot \sqrt{2} = 11,3_V$$

– a fronte del segnale $V_{RMS_{is2}} = V_{RMS_{i1}} + V_{RMS_{i2}} + V_{RMS_{i3}} = 0,5_V + 0,3_V + 0,4_V = 1,2_V$, la risposta deve valere:

$$V_{RMS_{os2}} = 10 \cdot 1,2_V = 12_V$$

che comporta un valore di picco:

$$V_{Po2} = 12_V \cdot \sqrt{2} = 17_V$$

1.2.1.6. Simulazione 3

Se le somme dei singoli segnali d'ingresso vengono iniettate nell'A.O. con la precedente tecnica, si ottengono i risultati osservabili nelle simulazioni delle seguenti figure. Con il circuito di Fig. 1.10.a., come si osserva sull'oscilloscopio di Fig. 1.10.b., si ottiene quanto previsto dalla teoria; per cui, il risultato della simulazione dimostra che il sistema si sta comportando linearmente. Con il circuito di Fig. 1.11., come si osserva sull'oscilloscopio di Fig. 1.12., si vede che il valore della somma costringe il sistema ad un comportamento non lineare; per cui, avendo raggiunto la saturazione, il valore di picco della risposta si colloca al valore limite di $14,2_V$.¹

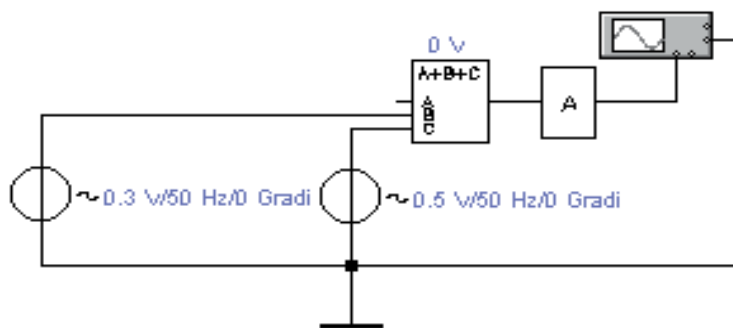


Fig. 1.10.

¹ Se si escludono pochi casi specifici, in tutti i sistemi meccanici ed elettronici che verranno da noi utilizzati, la componentistica che permetterà di realizzare i circuiti elettrici che li alimentano e la strumentazione di laboratorio che permetterà di effettuare le simulazioni degli esempi e delle esercitazioni, saranno elaborati tramite il software della *Educational version* del sistema *Multisim Electronics Workbench*.

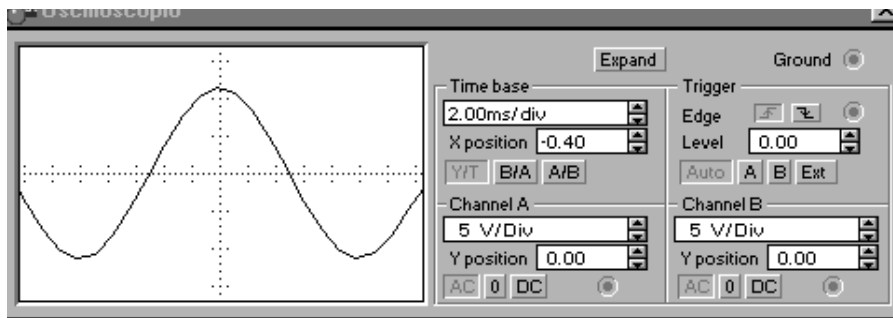


Fig. 1.11

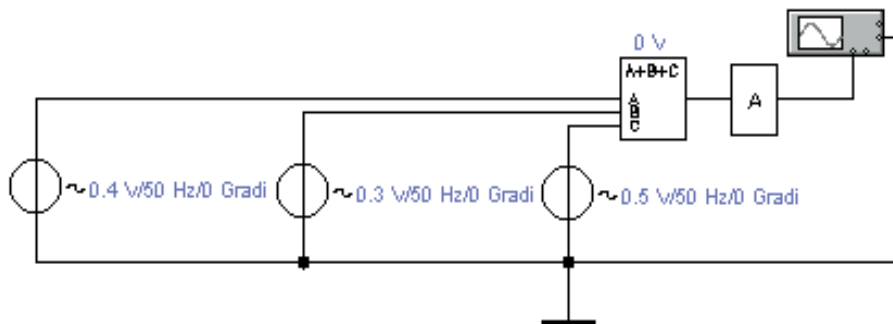


Fig. 1.12.

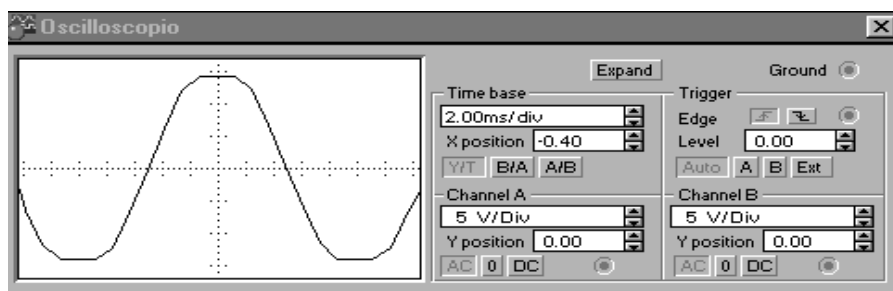


Fig. 1.13.

1.2.2. La dinamo tachimetrica

1.2.2.1. Il sistema

La dinamo tachimetrica, il cui simbolo è quello di Fig. 1.14. e il cui circuito equivalente è quello di Fig. 1.15., è un dispositivo elettromagnetico che, sotto certe condizioni, genera una tensione proporzionale alla velocità angolare dell'asse rotante di un motore, al quale è collegata meccanicamente, secondo la relazione:

$$e(t) = k_d n(t) \quad (1.3)$$

dove $e(t)$ è la tensione generata dalla dinamo, k_d una costante dipendente dalle caratteristiche della dinamo e dal flusso generato dal magnete permanente e $n(t)$ la velocità angolare dell'asse motore.

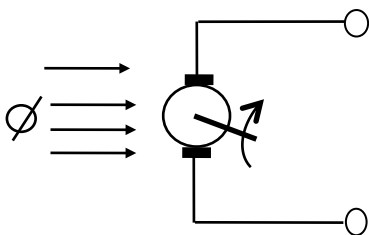


Fig. 1.14.

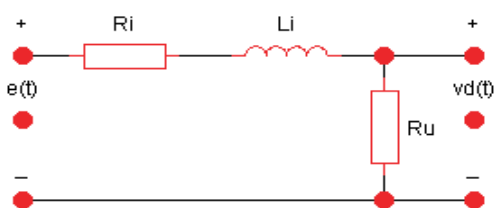


Fig. 1.15.

In realtà, come vedremo in seguito, la $e(t)$ è fortemente influenzata dal carico esterno, il quale, alterando il valore di k_d , costringe la dinamo ad un comportamento non lineare. Applicando la *K.V.L.* al circuito di Fig. 1.15. si ottiene la relazione:

$$e(t) = R_i i(t) + L_i \frac{di(t)}{dt} + v_d(t) \quad (1.4)$$

dove $i(t)$ è la corrente che scorre nel circuito, R_i la resistenza della bobina del rotore L_i l'induttanza della bobina e $v_d(t)$ la tensione

d'uscita della dinamo. Indicato con R_u il carico esterno, la corrente che scorre nel circuito di armatura è:

$$i(t) = \frac{v_d(t)}{R_u} \quad (1.5)$$

per cui, sostituendo nella (1.2.2.2), si ha:

$$e(t) = \frac{R_i}{R_u} v_d(t) + \frac{L_i}{R_u} \frac{dv_d(t)}{dt} + v_d(t) \quad (1.6)$$

che, per la (1.3), assume la forma:

$$e(t) = k_d n(t) = \frac{L_i}{R_u} \frac{dv_d(t)}{dt} + \frac{R_i + R_u}{R_u} v_d(t) \quad (1.7)$$

Moltiplicando ambo i membri della (1.7) per il fattore $R_u / (R_i + R_u)$ si ottiene la relazione che descrive il comportamento della dinamo:

$$\frac{R_u}{R_i + R_u} k_d n(t) = \frac{L_i}{R_i + R_u} \frac{dv_d(t)}{dt} + v_d(t) \quad (1.8)$$

Infine, se come in genere avviene la R_u, R_i e $|L_i| = |R_i + R_u|$, le costanti moltiplicative presenti nella (1.8) tendono ai valori:

$$\frac{R_u}{R_i + R_u} \rightarrow 1; \quad \frac{L_i}{R_i + R_u} \rightarrow 0 \quad (1.9)$$

per cui, con buona approssimazione, la (1.8) assume la forma semplificata:

$$v_d(t) = k_d n(t) \quad (1.10)$$

La (1.10) ci dice che, se sono verificate le condizioni (1.9), la relazione che intercorre tra la velocità angolare del motore $n(t)$ e la tensione d'uscita della dinamo tachimetrica $v_d(t)$, a cui è collegata meccanicamente, è di tipo lineare. Pertanto, essendo in questo caso k_d praticamente costante, la sua caratteristica ingresso/uscita risulta rettilinea. In tal caso il comportamento del sistema può essere considerato lineare.